А.И.КУДРИН

ОЧЕРКИ ПОЛЕВОГО УЧЁТА

ЦЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

ШЕСТОЙ ВЫПУСК

ЦЕНТР СИСТЕМНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

МОСКВА 1998

Кудрин А.И. Очерки полевого учёта. Вып. 6. «Ценологические исследования». – М.: Центр системных исследований, 1998. - 192с.

Рассмотрены проблемы планирования и проведения полевого учёта, постановки целей для него, интерпретации результатов.

Для зоологов, геоботаников, работников защиты растений, для технариев и гуманитариев, исследующих сообщества-ценозы.

Библиография 255 наименований.

АЛЕКСАНДР ИВАНОВИЧ КУДРИН

ОЧЕРКИ ПОЛЕВОГО УЧЁТА
МОНОГРАФИЯ

Редактор серии и редактор выпуска
Б.И.Кудрин

Лицензия ЛР N071272 от 13 марта 1996г.
Технический редактор Петрова Г.А. Оригинал-макет Гайнер И.Л.
====================================
Подписано к печати 03.11.98 Формат 60х84 1/16
Печ.л. 12,3 Уч.-изд. л. 11,2 Тираж 300 экз . Цена договорная

Издание «Центр системных исследований»
662600, Абакан, ул.Щетинкина, 59
при содействии ТОО «Электрика»

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие редактора серии	4
1. Введение	12
2. Вероятность	19
3. Нормальный закон распределения	26
4. Некоторые другие законы распределения	31
5. Хи-квадрат. Критерий согласия и однородности	43
6. Проблема множественных сравнений и дисперсионный анализ	48
7. Меры парной связи	62
8. Классификация в матрицах мер попарной связи	81
9. Криволинейные (нелинейные) зависимости	97
10. Статистические критерии в крупномасштабной картографии	107
11. Планирование учётов	117
12. Глазомерные оценки	139
13. Динамическая плотность как учётный параметр	165
Литература	177

Предисловие редактора серии

Зачем еще одна книга в числе многих монографий и учебников по теории вероятности и математической статистике? Конечно, можно сказать, что труд доктора наук А.И.Кудрина есть итоговый научный результат трудно прожитой жизни, отражающий осмысление многолетних и обширных полевых исследований, проведённых в самых различных районах СССР, и уже потому интересен.

Но этого, на наш взгляд, было бы недостаточно для издания: итоговые научные результаты не каждого, числящегося «по науке», представляют какой-либо даже узкопрофессиональный интерес. И далеко не каждые сведения полевого учета и их сведе’ние заслуживают опубликования.

И если мы сочли возможным издать авторские очерки (после прочтения книги становится очевидной правильность выбранного слова), то только потому, что перед нами несомненно концепция учёта, точнее, концепция возможности «знания» количественных параметров выделяемого множества из практической бесконечности единиц дискретных целостностей - элементов (особей, организмов, штук) конечного (исследуемого, учитываемого) числа видов объектов сельскохозяйственной реальности.

На первый взгляд, не очевиден выход настоящей монографии именно в серии "Ценологические исследования", выпуск которой открылся материалами Первой международной конференции "Математическое описание ценозов и закономерности технетики" (24-26 января 1996г., Новомосковск Тульский). В опубликованных докладах, сообщениях, материалах дискуссии Ю.А.Шрейдер, Ю.В.Чайковский, С.Д.Хайтун, Ю.К.Орлов, А.П.Левич, Б.А.Трубников, Ю.К.Крылов, А.И. и Б.И.Кудрины, Б.В.Жилин, О.Е.Лагуткин, В.В.Фуфаев, В.И.Гнатюк, Г.К.Кулакин, Р.М.Дайнис, Е.А.Печерский, Б.С.Шорников, С.А.Кудряшев и др. обсуждали гиперболические (в технике называемые Н-распределением) модели структуры ценозов. Само гиперболическое проявление соотношения крупного и мелкого, массового и единичного рассматривалось как результат конкуренции, ограниченности ресурсов, действия отбора (в биологии - дарвиновского или иного, в технике - информационного, в информационных ценозах - документального).

Ныне признанную общность структуры ценозов любой природы (и различного происхождения: физические, биологические, технические, информационные, социальные) математически связывают с негауссовыми статистиками, с классом бесконечно делимых распределений, у которых в пределе отсутствует математическое ожидание, а дисперсия бесконечна. Исследования структуры ценозов (без применения этого термина. Впрочем, и А.И.Кудрин, исследующий агроценозы, редко его использует) восходят к законам и закономерностям, сформулированным Парето, Хольцмарком, Лоткой, Ципфом, Мандельбротом, Брэдфордом, Эступом, Виллисом, Фишером, Юлом, Прайсом, Леви, Ланге, Лоренцом, Симпсоном, Корбетом, Макартуром, Хинчиным, Колмогоровым, Гнеденко, Дёбиным и др. В последние годы, как известно, это научное направление связывают с понятиями самоорганизации, фрактальности, синергетики, говоря о новом взгляде на окружающий мир, и даже - о третьей научной картине мира.

Итак, откроем монографию. Сразу, во введении, встречаем цитату из Сталина и авторский вывод, вытекающий из критического осмысления недавней, я бы сказал, и не изменившейся в части предмета монографии, официальной доктрины и констатации человеческой сущности «начальника»: о тенденции «к сокращению разнообразия, к гигантизму, к списку обязательных мероприятий, которые должно выполнить в плановые сроки без объективного учёта последствий». И далее, говоря о ядах в защите растений: «лучший способ их экономии и устранения вредных последствий - работать только тогда, когда надо. Но сохраняет инерцию идея «обязательных мероприятий», «профилактических обработок». Сильные её стороны - наличие контроля за соблюдением технологии и минимизация собственного риска за счёт увеличения казённых расходов. Эта идея воплощена в организационных структурах, инструкциях, ГОСТах и в организационных навыках» (речь идёт о государственных сельскохозяйственных структурах. Что касается навыков - об основной массе практиков, исполнителей научного звена).

Прокомментируем цитируемое двумя ссылками-примерами. Первая - высказывания Яблокова А.В. (1988): «В агропромышленном комплексе СССР.... преобладала «затратная психология», когда основным показателем развития считалась не прибавка урожая или снижение себестоимости продукции, а объём произведенных затрат. В частности и поэтому обычно допускаются значительное превышение рекомендуемых доз химических средств защиты, проведение сплошных обработок вместо выборочных, широкое использование авиации... Нормы расхода пестицидов завышаются просто потому, что наша технология не в состоянии выдержать рекомендуемые регламенты... Японский токсин должен применяться из расчета 67 граммов на 100 литров раствора. В наших инструкциях для «упрощения» технологии нормы определены уже в 100 граммов... Пестициды каким-то образом подхлёстывают распространение вирусов в природе... цинеб усиливает вирусные заболевания яблони, а полихлоркампфен - сахарной свеклы... Современные методы исследования непригодны для оценки аккумуляции препаратов в разных компонентах биоценозов, миграции их по пищевым цепям в экосистемах, разложения (при котором, кстати, могут возникнуть более ядовитые соединения)... Создать специфические пестициды, действующие лишь на один определённый вид растений или животных, невозможно... Опасность, связанная с пестицидами, усугубляется в нашей стране также «плановой» системой внесения их в почву (а не исходя из конкретной ситуации в данный сезон на каждом поле)».

Мы привели эти обширные выдержки, не столько чтобы подчеркнуть актуальность монографии и совпадение со взглядами академика выстраданных убеждений энтомолога-практика, сколько заострить внимание на порочности нормирования «вообще» без учёта текущего состояния агроценоза и оценки последствий, то есть речь как раз и идёт о теории полевого учета. Но, понимая глобальность такой теории, автор ограничился лишь очерками, точнее, по нашему суждению - вдумчивым взглядом на трансцендентное, «натворённое» человеком.

И вторая ссылка, связанная с нормированием расхода ресурсов, в частности - энергетических (электрических), и организацией системы планово-предупредительного ремонта техники. В основе расхода и ППР лежит очевидное положение, восходящее к классическим представлениям Ньютона-Максвелла, что для выполнения определённой физической работы (или нагрева) необходима определённая мощность; при определённой интенсивности (режимах работы) для данной единицы техники нужен определённый вид ремонта, то есть каждая техническая наука по своим формулам определяет номинальную (или расчётную) мощность и периодичность обслуживания машины (агрегата). Далее автоматически следует (делается) хроническая логическая ошибка: если есть единичная мощность машины (или интенсивность), то, зная время её работы, можно подсчитать единичный расход энергии и, просуммировав, определить потребность в энергии (трудозатратах) за месяц, квартал, год (аддитивность наличествует при оперировании лишь мгновениями, но при проявлении ценологических свойств она - аддитивность - отсутствует, когда начинают манипулировать интервалами полчаса, час, смена, сутки, ... , год). И не в далёком прошлом, и не когда-нибудь, а сейчас, сегодня (июнь 1998) принимается решение о лимитировании (!), опирающемся на прямой счёт по электроприёмникам, по количеству учащихся, койко-мест... Не впрок пошел 70-летний опыт нормирования всего и вся, вновь вступаем на тупиковый путь взаимного обмана, полагая наличие среднего для двух яслей, школ или больниц, среднего времени работы или загрузки для тракторов, станков, агрегатов одного наименования (вида).

Неоспоримо, таким образом, что есть системы, где среднее «работает», и ошибка (дисперсия) конечна и приемлема (гауссова). Например, машины одной модели (марки) имеют расход горючего на единицу пробега, различающийся (при сходе с конвейера) в пределах нормального распределения, и потому для одинаковых условий работы и количества времени может быть определён годовой расход для группы машин такой модели (он гауссов). Но (и это пока почти не осознается в должной мере) так же объективно в реальности существуют системы, где (математически) отсутствует среднее, оно концептуально полностью теряет смысл: это ценозы, как например, все электродвигатели завода, автомашины города (области). Стоит обратиться к статистике физических и юридических лиц, даже владеющих одной моделью, и станет очевидным наличие (5-10% общего числа штук-особей-лиц): уникальных, которые километры «накручивают» ежедневно, или других, выезжающих далеко не каждый день (ноева каста); и массы саранчёвых (40-60%), которые ездят «как все». Это (ценологическое свойство) и даёт различие в годовой потребности в горючем у «крайних» автовладельцев в 10, 100 и более раз.

Для автора монографии многообразие и изменчивость наблюдаемого есть аксиома, которую он и не обсуждает, заметив, что «хорошо известна мозаичность природных фитоценозов». Широкий круг распределений предлагается потому, что ни одно не является универсальным. Так, распределение Пуассона нетипично для объектов учёта, в частности, для сорной растительности и для насекомых, которым «свойственно не только предпочтение отдельных частей учётной единицы - поля, делянки, но и тяготение друг к другу - стадность. Кроме того, область повышенной численности, раз возникнув по какой-то эпизодической причине, может поддерживаться потом годами, особенно у видов, не склонных к миграции. «Земледелие из соображений удобства стремится иметь дело с технологически однородными участками-полями. Это удаётся только до некоторой степени. Пестрота почвенного плодородия, в том числе и в пределах поля, общеизвестна. Реже принимают во внимание независимую от размещения плодородия неоднородность размещения вредных организмов - сорняков, болезней, вредителей.

Между тем, игнорирование пестроты порождает нежелательные последствия, вызываемые однообразным применением одних и тех же технологических операций и там, где они необходимы, и там, где они бесполезны или вредны - всё в пределах одной операционной единицы, часто включающей несколько полей». Численности первого, второго и т.д. видов ценоза относятся как члены убывающей геометрической прогрессии (закон Мотомуры). Однако «действительность часто, но не всегда похожа на закон Мотомуры... он плохо предсказывает распределение дальше третьего числа ряда... Вообще же в последовательности многочисленных видов хорошей закономерности ожидать нечего - слишком неустойчива ситуация».

«Легко заметить также, что, начиная с некоторого минимального размера, мелких видов больше, чем крупных, коротких слов больше, чем длинных, бедных больше, чем богатых... Если элементы системы конкурируют за ограниченный ресурс среды - пищу, энергию, пространство и т.п., то распределение видов элементов принимает форму гиперболы». Дается ссылка на Рябко и др., 1978, где А.И.Кудрин является соавтором и где строго доказана форма гиперболы. Однако впрямую форма не работает: необходимы поправочные коэффициенты и для числителя, и для показателя степени знаменателя (различие подходов см. материалы упомянутой выше конференции и подборку в «Природе», 1993, N11 и 1995, N11; Б.А.Трубников, А.В.Бялко, Б.В.Карасёв «Конкуренция в природе и обществе» и «Широкие распределения»).

В монографии отмечено некоторое принципиальное отличие между техноценозами и агроценозами. Для техноценоза маловероятна, если возможна вообще, комплектация (завода, цеха) при строительстве и последующей эксплуатации электродвигателями (машинами, механизмами) одного завода-изготовителя. Такой случай «как раз типичен для агроценозов, «комплектуемых» серийными организмами (культурой) и находящихся под воздействием технологии, назначение которой - поддержать однообразие. Преобладание культуры ведет к доминированию её консументов, часто рассматриваемых как вредители, а также к ограниченному набору сорняков, способных процветать при данной технологии». Заметим, что таблица 2х2 (предельный случай корреляционной таблицы), относящаяся к фаунистическому и флористическому анализу, не применяется при исследовании техноценозов.

Интересна ссылка на зависимость закона распределения экспериментальных данных от коэффициента вариации. Обоснований она «не имеет, но наблюдается часто и может служить для ориентировки».

Проблеме множественных сравнений и мерам парных связей в монографии уделено достаточно внимания. Многие отмечают, что простота вычисления коэффициента корреляции «породила едва ли не более ложных выводов, чем верных». При объединении выборки необходимо иметь в виду «то, что верно для отдельных выборок, может не годиться для их смеси... Зависимость, оценённая на поле, может совсем иначе выглядеть на множестве полей... Коэффициент корреляции, вычисленный на контрастном примере, может не иметь никакого отношения к совокупности объектов или проб, заданных обычным образом»... вычисления из массивов усреднённых отсчётов могут «не иметь отношения к выборкам первичных отсчётов».

Даже «исправляя» уравнение, с помощью которого в стране более 20 лет вычисляли потери от головни, применение регрессионного анализа может привести к серьёзным ошибкам. «Вместо того, чтобы рассмотреть адекватность применения математического аппарата, было решено, что разница между наблюдаемым и вычисляемым объясняется скрытыми потерями... Эта концепция была с доверчивостью воспринята другими авторами... Завышение на порядок потерь от головни было изложено как методика, вошло в министерские инструкции... и привело к соответствующему перераспределению затрат. Самое печальное - массовое применение такого поистине страшного яда, как гранозан. Так, в Ставропольском крае в виде гранозана ежегодно рассеивали вместе с семенами около 4т ртути, и так десятки лет. Практика сплошного протравливания была основана на приближении (аппроксимации) учётных данных ошибочным уравнением регрессии».

При классификации в матрицах мер попарной связи во время исследования сообщества растений или животных, размещённых по поверхности, автор указывает на ограничения, которые обычно игнорируют (хотя они и имеют общий характер) и которые следуют из дискретной природы объекта, из множественности связей, из зависимости мер связи в совокупности, из существования в матрицах попарной связи своей логики, которая еще не понята.

«Экологи старой нематематизированной школы хорошо понимали бесплодность выдёргивания отдельных, тем или иным образом бросающихся в глаза, связей. Значимость биоценоза в его совместности» (Gesammheit по Friedrerichs, 1926-1927).

Но безусловно, что при исследовании любого ценоза наличествует «стремление выделить группу зависимых признаков». При этом считают, что чем теснее зависимость, тем группа характернее, а это хорошо». Идентичность сообщества - системное понятие, характеризуемое, прежде всего, видовым составом. Опознать ценоз можно по характерным видам. «Трудность заключена в понимании термина «характерно». Ввести меру характерности некоторого вида для данного сообщества можно, только определив сам объект (сообщество). Поскольку сообщество мы хотим определить по характерным видам, возникает порочный круг в понятиях. Чтобы его избежать, надо ввести понятие характеристики, как следствие списка видов, полученного в учёте» (для опознания ценоза автор не привлекает понятие пойнтер-точки Н-распределения, содержательное значение которой показано на статистике техноценозов и ценологическом анализе персоналий «Мастера и Маргариты» М.Булгакова).

При анализе связи между объектами учёта (табл.8.1) вводится важное понятие «фон», как набор признаков, достоверно существующая структура, когда невозможно опознать связи поодиночке: «естественно перейти к поиску сразу целых подмножеств множества связей, одинаковых в некотором отношении». Это «подматрицы матрицы связей, внутри которых бессмысленно описывать какие-либо структуры и которым соответствуют списки равномерно связанных, в частном случае - независимых объектов-фонов... Сообщество, как выяснилось, обладает структурой, элементы которой суть виды или иные систематически определяемые объекты, а также фон... Фон в общем случае не идентичен виду как конкурирующая единица».

Обращаясь к картированию (картосоставлению) показывается, что «роль визуальных и статистических приемов при планировании картографических работ различна в агроценозах и естественных ценозах» (пестрота размещения беспозвоночных существенно превосходит пестроту размещения фитоценоза, и прямое картографирование размещений беспозвоночных не может ориентироваться на визуальные оценки). В качестве вывода установлено, что «не всякую пестроту имеет смысл наносить на карту. Не всегда равномерность распределения означает равномерность размещения. Для дискретных объектов картография не всегда имеет смысл».

С ценологической точки зрения, интересна оценка методического подхода к изучению размещений объектов учёта в пространстве с помощью исследования только законов распределения частот значений картируемой величины в пробах. Информация о свойствах размещения объектов «искажается произволом исследователя, проявляющимся при выборе размера пробы» и даже уничтожается игнорированием взаимного размещения проб. Главный же недостаток подхода - «он не проводит различия между понятиями «размещение» и «распределение».

К важнейшим главам монографии, по-видимому, можно отнести «Планирование учётов» и «Глазомерные оценки», которые, по значимости, можно сравнить с необходимостью для систематика иметь обострённую наблюдательность и уметь анализировать. Дело в том, что сложные и точные методы биохимии белка, хромосомного анализа, электронной микроскопии лишь помогают выяснению тождества или различия многих видов: биология, экология, географическое распространение являются важными систематическими признаками, как раз и требующими человеческой интуиции, человеческой способности выделить существенное - увидеть образ подлинного.

«Планировать учёт, то есть выбрать учётную величину, назначить маршрут (схему) обхода, число и размер проб можно несколькими способами. Для планирования нужны исходные данные. Некоторые из них могут быть нормативными... Но другие установочные данные можно добыть только в натуре, путем рекогонсцировки», одной из целей, которой является «разбиение подлежащей обследованию территории на страты». Чаще же всего прямо начинают с нормы обследования, которая бывает для массового учёта совершенно неприемлема».

Учтённая величина удачна, если «хорошо распределена, легка в учёте, имеет отношение к сути дела». Автор приводит много примеров и замечает, что «идея единства методики... встречает трудности в реальности учёта» и что «следует предпочитать более дешевые и производительные косвенные методы». После выбора метода назначают схему учёта (маршрут, пикетажную сеть), определяют выбор размера и числа проб («засилье в методиках больших проб не имеет никакого резона»), форму площадок.

Центральная проблема планирования учёта - норма обследования, опирающаяся на принципы нормативной точности, равной нормы обследования (практика обследования для обзора), сплошности, оперативного обследования, последовательного анализа.

Приведенные пояснения и примеры дают представление о каждом из принципов, делая нетривиальным утверждение: «нужны хорошие учётчики» (потому что речь идет о систематической ошибке) и давая возможность в сжатом виде предложить процедуру назначения нормы обследования и оценку учётчиков с их браковкой.

Глазомерные оценки рассмотрены с точки зрения проблем, ими разрешаемых и создаваемых практикой применения таких оценок. На основе обзора применяемых шкал делается вывод, во-первых, что в большинстве случаев без всякого обоснования берётся от 5 до 9 градаций. «Это согласуется с хорошо известным в психологии количеством одновременно запоминаемых несвязных элементов 7±2... число градаций шкалы не должно противоречить закону восприятия натуральной величины учётчиком». Во-вторых, «предпочтительнее неравномерные шкалы» (хотя и здесь есть трудности: «что хорошо в одной области применения, может быть неудачным в другой»).

Руководитель программы «должен уяснить себе и возможно точнее сформулировать цель обследования", ответить на вопросы: неизбежно ли применение глазомерной оценки; что вы будете делать с данными, когда они у вас будут; какую шкалу взять для работы; какую процедуру избрать - разовую или статистическую; каков набор сведений, собираемых одновременно; однородны ли учётчики в оценке средней засорённости; имеют ли вообще отношение отсчёты к измеряемой величине; воспроизводят ли разные учётчики отсчёты на одних и тех же объектах, соответствует ли шкала свойствам (установке) участников? В монографии не только комментируется каждый из вопросов, но и даются рекомендации по подготовке поверки к проведению инструктажа.

"Подвижные элементы экосистемы взаимодействуют с неподвижными и между собой... Поэтому для понимания процессов в сообществе нужны оценки параметров, определяющих вероятность встречи. Последнее понятие применимо к описанию широкого круга ситуаций в биоценозах. Первичное заселение посевов фитофагами, поиск полового партнёра, спектр отношений хищник-жертва и многое другое может быть исследовано и лучше понято, если иметь оценки параметров, определяющих названную вероятность». Поэтому автор счёл необходимым предложить теорию ловушек и рассмотреть динамическую плотность как учётный параметр.

Книга сопровождается обширной библиографией, иностранная часть которой напоминает о владении автором всеми основными европейскими языками. Сведения о литературных источниках сохранены в авторской редакции, хотя они не единообразны и с нарушением ГОСТ. По тексту сохранены и оригинальные авторские слова и выражения.

В заключение следует отметить увеличивающийся разрыв между возможностями техники, в том числе и вычислительной, и необходимостью отловить, чтобы подсчитать, какую-либо жужелицу. Природа многообразна, ценозы трансцендентны, и человек может узреть лишь отдельное, узнать лишь что-то о целом, лик которого меняется даже в момент нашего взгляда.

Кораблино-Москва,
август 1998

1. ВВЕДЕНИЕ

Социализм – это учет.

В.И. Ленин

Агрономию считают, и не без основания, опытной наукой. И действительно, опыты различного размаха и точности: производственные, полевые, вегетационно-полевые, вегетационные составляют фундамент большей части научных выводов и принимаемых на их основе решений. Опыты, таким образом, рассматривают как методическую основу агрономии. Но не часто задают себе вопросы: 1. Подлинно ли все научные проблемы агрономии разрешимы в факторных опытах? 2. Не действует ли в реальности на ином уровне более общая основа для научных выводов и решений практиков?

Действительно, если взглянуть внимательнее, методическая универсальность факторного опыта не столь велика. Вряд ли стоит обсуждать тот факт, что практик чаще руководствуется непосредственным впечатлением. Речь идет о научной основе. Так вот, непосредственные впечатления составляют основу наблюдения как научного метода. Наблюдение может использовать приборы, устройства и приспособления. Например, агрометеорология практически все данные получает из наблюдений. Фенологию культурного растения, сорняков, вредителей и болезней регистрируют в наблюдениях, например, колошение пшеницы, цветение амброзии полыннолистной, отрождение личинок клопа-черепашки или первое проявление ржавчины.

Наблюдениям можно придать и количественный характер. Так, регистрируя лёт насекомых с помощью ловушек, можно получить количественную характеристику его хода (динамики). Это уже заходит в область количественного учета. Области наблюдения и учета, таким образом, пересекаются. Как правило, речь идет о выборочном учете (=обследовании). Он и подразумевается везде ниже, если не оговорено обратное.

Выборочный учет доставляет агрономии почти всю массу сведений, выражаемых численно. Учитывают численность сорняков, вредителей; интенсивность проявления болезней. Выборочное обследование – апробация сортовых посевов, при которой учитывают целый ряд показателей. Сюда же относятся агрохимические, почвенные, геоботанические, санитарно-гигиенические (в наше время называемые экологическими) обследования.

Возвращаясь к полевым, в том числе производственным опытам, заметим, что и там основную массу сведений получают путем выборочного учета. Урожай зерна и соломы, правда, учитывают сплошь. Но поскольку влажность зерна получают в пробах, то урожай в сухом весе – опять же выборочная величина, даже по отношению к обследуемой схеме. В общем, если бы мы остались при убеждении о примате опыта и пытались обойтись сплошным учетом, то нам пришлось бы довольствоваться данными по урожаю соломы.

У нас есть все основания рассматривать агрономию как науку наблюдательную (как астрономия, метеорология) и как учетную (подобно геологии). Опытные схемы тоже надо обследовать. Но что же такое учет? Учет (обследование, опробование) предполагает следующие элементы.

Сеть или схема, или маршрут учета, на которых расположены учетные точки, или пикеты. В них берут пробы, или делают отсчеты. Мы заимствуем этот термин из практики приборных измерений. Он лучше, чем обычные “дата” и “варианта”, которые неудобны в одном тексте со словом “дата” в календарном смысле и – “вариант” – в смысле разность опыта. Отсчет также – результат анализа пробы.

Пробу отграничивают или отбирают не всегда. Если учетную величину трактуют как непрерывную, техника взятия отсчета проста, а отсчет относят к точке – пробу не отбирают. Примеры – измерение температуры поверхности почвы, высоты травостоя, глазомерная оценка балла заселенности растений тлями. Не отбирают пробу также, если учитывают ясно видимый признак на органе растения – флаг-листе, колосе и т.п. Правда, в этом случае почти всегда тут же учитывают густоту стояния растений 1/м^2. Элемент обследуемого пространства – пробу выделяют, вырезают с помощью учетного устройства. В простейшем случае это проволочная рамка, или даже мерка, выделяющая отрезок рядка. В соответствии со сложившейся практикой, при учете растений и животных любую учетную величину, размерность которой отлична от нуля, будем называть численность. Реже употребляется термин “обилие”.

Существенная характеристика учета – норма обследования. Это – произведение числа проб на их размер. Если размер проб стандартен, понятия “норма обследования” и “число проб” совпадают. Норма обследования приблизительно пропорциональна затратам труда на учет. Как увидим ниже, в ряде случаев при планировании учета это понятие очень полезно.

Рассмотрим свойства учетов. Первое из них – размерность учетной величины. Она связана с целью учетов – что именно собрался оценивать руководитель программы. В практике современных экологов, исповедующих догму энерго- и массообмена, принимается, что единственная цель учета – оценка числа особей на единицу площади – плотность [$1/м^2$], или биомассы на ту же единицу – плотность биомассы [$г/м^2$] (Сукачев и Дылис, 1969). Если методика учета дает отсчеты другой размерности, то или такие учеты не применяют, или их данные считают сортом ниже. В связи с этим учеты подразделяют на прямые (по отношению к плотности) и косвенные – дающие отсчеты другой размерности.

Легко заметить бедность такого подхода. Практика, во всяком случае, им не довольствуется. Так, во множестве учитывают разного рода поврежденности, зараженности, заселенности, выживаемости. Эти учетные величины имеют размерность [0]. Их можно интерпретировать как вероятность, которую они и оценивают. Есть и другие учетные величины, не укладывающиеся в прокрустово ложе энерго- и массообмена.

Таким образом, учеты подразделяют на прямые и косвенные по отношению к плотности. Это разделение можно и должно обобщить на случай учетного параметра любой размерности. Так, целью учета может быть оценка динамической плотности (на плоскости – [1/м]). В этом случае учет ловчими цилиндрами (земляными ловушками) есть прямой для бегающих объектов, так как улов на единицу диаметра имеет размерность динамической плотности. А учет площадками, дающий отсчеты размерностью [$1/м^2$], в этом случае – косвенный.

Следующее свойство – ошибка учета. Она делится на случайную и систематическую. Основной источник случайной ошибки – естественное колебание оцениваемой величины от точки к точке. Отклонения от средней имеют разный знак и взаимно погашаются при суммировании отсчетов. Обычно в качестве меры случайной ошибки отсчета применяют среднее квадратичное отклонение. Случайная ошибка средней из N отсчетов в $\sqrt{N}$ раз меньше среднего квадратичного отклонения. При увеличении N она сходится к нулю. Сейчас нам важно, что ошибку можно оценить непосредственно из ряда отсчетов, и что любая точность была бы достижима, имей мы дело только со случайной ошибкой. Случайная ошибка – источник полезной информации, так как отражает свойства объекта.

Не так обстоит дело с систематической ошибкой. Основной ее источник – личная ошибка учетчика. Иногда ошибку порождает методика. В качестве примера ошибки учетчика А.А.Любищев (1958) приводит недоучет личинок свекловичного долгоносика при учете путем почвенных раскопок. Личинки ярко-белые и заметны хорошо. Тем не менее, относительная систематическая ошибка (недоучет) близка к 50%. Приводит он и пример ошибки, порождаемой методикой. Рамка 50 на 50 см в посеве с междурядьями 15 см порождает недоучет около 10%.

Односторонние отклонения не погашаются взаимно при суммировании отсчетов. Систематическая ошибка не уменьшается с ростом числа отсчетов. Ее невозможно оценить, имея только список отсчетов. Поскольку она часто – следствие установки учетчика, устранить ее источник нелегко. От нее непросто бывает избавиться также и тогда, когда ее источник – методика. Все это делает систематическую ошибку очень неприятной.

Руководства по методике полевого опыта (Доспехов, 1979; Литтл и Хиллз, 1981) дружно указывают на недопустимость систематической ошибки. Но указать проще, чем не допустить на деле. Она неизбежна всегда, когда подсчитывают насекомых в почве и на растениях, и при всех видах глазомерных оценок.

Можно дать пример и вне круга болезней и вредителей. Так, оценку содержания обменного калия в почве получают после экспозиции почвенной пробы в растворе углекислого аммония и последующей фильтрации. Калий определяют в фильтрате. Еще чуть ли не со времен Либиха известно, что однократное выщелачивание извлекает не весь калий, доступный извлечению раствором углекислого аммония. Остаток, несомненно, есть систематическая ошибка. Она различна на разных почвах (Кудрин и Черкасова, 1988). Отказаться от обследования на обменный калий? Неясно, что делать с уже собранными данными, вошедшими в научный обиход. Точно так же обстоит дело с содержаниями фосфора, свинца, кадмия и цинка (Кудрин и Черкасова, 1993). Ниже мы увидим, как оценивать систематическую ошибку, как ее избегать и как использовать при планировании учета.

Сейчас нас интересует лишь, что учеты различаются по величине систематической ошибки. Следуя А.А.Любищеву, учеты, в которых можно пренебречь систематической ошибкой, назовем абсолютными; противоположность – относительные. Независимое деление учетов на абсолютные-относительные; прямые-косвенные впервые было проведено Любищевым. Большинством такое деление долго еще не было воспринято (Novak a kol;, 1969; Викторов, Бородин, 1971; Приставко, 1971), возможно, и до сих пор не воспринимается.

Чтобы завершить классификацию учетов, обратимся к свойствам учетных устройств, вырезающих элемент пространства. Для проволочной рамки или бура Пятницкого объект учета либо принадлежит пробе, либо нет. Меньше ясности в том, каким именно образом вырезает пробу ловушка с приманкой или светоловушка. Различие, очевидно, в том, что в первом случае выражен контур, на котором скачком возрастает для объекта вероятность попасть в пробу. Будем называть такие устройства консимилятивными, от лат. consimilis – точно такой же. На преимущества консимилятивных устройств указывал Гейдеман (Heydemann, 1956). Термин введен в 1971 г. (Кудрин, 1971). Противоположность – аттрактивные устройства и методы. Полученную классификацию сведем в таблицу.

Таблица 1.1

Классификация учетов

Признаки классификации	Классы
1) Размерность учетного параметра (численности)	1) плотность 2) динамическая плотность 3) ....
2) Учет по отношению к искомой размерности численности	1) прямой 2) косвенный
3) Учет в зависимости от систематической ошибки	1) абсолютный 2) относительный
4) Учетное устройство по способу вырезания пробы	1) консимилятивное 2) аттрактивное

Таким образом, мы ввели понятия и термины, определяющие учет, его свойства и элементы. Учет, наряду с наблюдением, представляет методическую основу агрономической науки, обеспечивающую как нужды факторного полевого опыта, так и исследование действительности посева, которую Р. Шовен (Chauvin, 1967, Шовен 1970) называет загадкой для эколога.

Кроме научного, учеты имеют и практическое (производственное) значение. Предназначение их многообразно, но в общем сводимо к обеспечению нужд управления. Многие с этим не согласятся, ибо никогда не слышали об управлении сельским хозяйством, основанном на систематически проводимых выборочных учетах. Управление вслепую (управление ли – это отдельный вопрос) в сельском хозяйстве встречается часто, но ясно, что этот способ неоптимален.

Современная ситуация характеризуется крайним вздорожанием всех материальных и энергетических ресурсов, необходимых для производства и одновременно императивом требований к рентабельности, ставшей conditio sine qua non. До самого последнего времени тенденция была другой. “У нас, наоборот, крупные зерновые хозяйства, являющиеся вместе с тем государственными хозяйствами, не нуждаются в своем развитии ни в максимуме прибыли, ни в средней норме прибыли, а могут ограничиваться минимумом прибыли, а иногда обходятся и без всякой прибыли, что опять-таки создает благоприятные условия для развития крупного зернового хозяйства” (Сталин, 1953).

Разумеется, при такой доктрине критерии оптимизации – не в условиях производства, а в усмотрении начальника. Начальник же не обязан изучать условия производства. Он стремится к уменьшению трудностей в управлении. Отсюда тенденция к сокращению разнообразия, к гигантизму, к списку обязательных мероприятий, которые должно выполнить в плановые сроки, без объективного учета последствий. Особенное распространение принцип обязательных мероприятий получил, и особенно ярко проявил свою абсурдность, в защите растений.

Дефицит ресурсов ставит вопрос о их лучшем использовании. Грамотные работники всегда считали, что (не при тотальной нехватке) лучший способ экономии ядов и устранения их вредных последствий – работать только тогда, когда надо. Но сохраняет инерцию идея “обязательных мероприятий”, “профилактических обработок”. Сильные ее стороны – легкость контроля за соблюдением технологии и минимализация собственного риска за счет увеличения казенных расходов. Эта идея воплощена в организационных структурах, инструкциях, ГОСТах и в организационных навыках.

Яркий пример этому – борьба с головневыми заболеваниями. Ведомственные инструкции МСХ предусмотрели методику подсчета потерь от головни хлебов, завышающую потери в 5 – 6 раз. При этой методике, основанной на концепции так называемых “скрытых потерь”, борьба с головней путем обязательного протравливания проводится всегда; если при апробации обнаружится хоть один (!) зараженный колос в апробационном снопе из тысячи растений, снижается сортность и т.п. Десятилетия внесения гранозана (4 т ртути под урожай 1988 г. в Ставропольском крае) создали катастрофическую санитарную обстановку (или, как модно, экологическую).

Потери от головни, однако, невелики. Оперативное обследование посевов после колошения позволяет заблаговременно планировать, а обследование семенных партий – назначать к протравливанию только те из них, которые действительно заражены. Соответствующие научные разработки давно сделаны, их результаты отражены в отчетах, опубликованы в научных статьях и доложены на совещаниях, в том числе всесоюзных.

Этот пример (источник ошибки мы рассмотрим в гл. 7) показывает, что решение проблемы – не в каких-нибудь заграничных сверхъядах и не в полном отказе от химии. Нужна полная, достоверная и своевременная информация о болезнях, вредителях, сорняках. Нужны нормативы – функции вредоносности, позволяющие объективно предсказать будущие, а также оценить уже состоявшиеся потери по результатам обследования.

Примеров таких много. Защита растений – едва ли не единственная хозяйственная деятельность, экономическую эффективность которой не учитывают. Иногда учитывается техническая эффективность; чаще ее оценивают на глаз. Вряд ли это достаточная основа для больших затрат.

Как бы дороги и хлопотны ни были учеты, химические обработки дороже. Учеты, кроме того, не загрязняют среду. Поэтому перераспределение затрат с распыления ядов на получение информации – веление времени. То, что оно пока не услышано, не должно нас смущать.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ

Полное спокойствие может дать
человеку только страховой полис,
– ответил Остап, не замедляя хода. –
Так вам скажет любой агент
по страхованию жизни.

И. Ильф и Е. Петров

В дальнейшем изложении нам не обойтись без понятия вероятности. Вводят его следующим образом. Определяют пространство (множество) элементарных событий U. Из элементов (подмножеств) множества U состоит поле случайных событий F. F содержит U в качестве события. Если F содержит подмножества A и B, оно также содержит AB – произведение или пересечение, совпадение событий, A+B – сумму событий, то есть или A, или B, или и то, и другое вместе; содержит также события, противоположные A и B, их произведение и сумму. Вводят вероятность посредством аксиом:

1. Всякому случайному событию A соответствует число P(A)

$$1 \geq P(A) \geq 0, \qquad (2.1)$$

называемое его вероятностью.

2. Вероятность достоверного события равна 1

$$P(E)=1. \qquad (2.2)$$

Естественно, P(U)=1.

3. Вероятность суммы конечного или счетного множества попарно исключающих друг друга событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B+...)=P(A)+P(B)+... \qquad (2.3)$$

Обычно в качестве примера рассматривают расклады при бросании игральной кости.

Эта аксиоматика общепризнанна. Ввел ее в 1933 году А.Н. Колмогоров (Fisz, 1971). Все богатство теории вероятностей произрастает из этой почвы.

Подчеркнем, что в аксиоме 3 речь идет о несовместимых событиях. Сумма любых событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB). \qquad (2.4)$$

P(AB) вычитается потому, что AB принадлежит и A, и B.

Дадим определение, которое нам дальше часто понадобится.

Независимыми называются события A и B, для которых:

$$P(AB)=P(A) \cdot P(B). \qquad (2.5)$$

Если даны события {B(i)}, i=1,...k, то они называются независимыми в совокупности, если для любого набора индексов из {i}: j1, j2, … ℓ выполняется равенство:

$$P(B(j1) \cdot B(j2) \cdot ...B(\ell))=P(B(j1)) \cdot P(B(j2)) \cdot ...P(B(\ell)). \qquad (2.6)$$

События {B(i)} могут быть все попарно независимы, но зависимы в совокупности. Попарная независимость фиксирует лишь k(k – 1)/2 соотношений, а независимость в совокупности $2^{k-1} - 1$, то есть больше. Не надо думать, что попарная независимость всех событий при их зависимости в совокупности – чисто теоретическая возможность. Такая ситуация обычна при анализе многопризнаковых систем, и мы с ней встретимся.

И для зависимых, и для независимых событий верно:

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B/A), \tag{2.7}$$

P(B/A) – вероятность события B при условии, что A произошло. Для независимых событий P(B/A)=P(B).

Из учетных величин больше всего напоминает вероятность частота, например, встречаемость, выживаемость, всхожесть, зараженность, заселенность, смертность, доля взрослых, окуклившихся и т.п. Частота, как и вероятность, определена на отрезке (0,1) или, что то же самое, от 0 до 100%. Сумма всех частот равна 1 (100%), например, доля заселенной + доля незаселенной площади. То есть, для частоты выполняются аксиомы вероятности.

Пример 2.1. При заселенности посевов пилильщиком 0.48, поврежденность на заселенной площади (условная частота повреждения) составила 0.085. Средняя поврежденность по всей площади, в соответствии с (2.7): 0.48·0.085=0.0408.

В.Н.Воробьев (1965) предложил такой метод учета. Два учетчика не сверяясь наносят на планы площадок точки, соответствующие замеченным объектам. Заполненные бланки сличают. Подсчитывают: a – число объектов, замеченных обоими, b – только первым, c – только вторым учетчиками. Если положить, что события: “первый учетчик заметил объект” и “второй учетчик заметил объект” независимы, то соответствующие вероятности связаны равенством (2.5). Это позволяет вычислить число объектов d, не замеченных обоими учетчиками.

Пример 2.2. Пусть оба учетчика заметили a=48, только первый – b=6, только второй – c=16 объектов. Всего N=a+b+c+d объектов; N=48+6+16+d=70+d. Согласно (5.2) и аксиоме 3:

$$48/(70+d)=((6+48)/(70+d))\cdot(16+48)/(70+d);$$

$$48(70+d)=54\cdot 64;\ d=2.$$

Метод Воробьева распространения не получил из-за требований, которым удовлетворяют не любые учетные ситуации, учетчики и организация учета. Но он вполне приемлем, например, при поиске опечаток в тексте, когда нужно высокое качество корректуры. Практика, впрочем, небольшая, показывает, что предположение о независимости ощутимо не нарушается.

Частота (например, встречаемость), колеблющаяся от одной серии проб к другой, есть пример случайной величины. Случайная величина X может принимать множество значений {x(i)}, каждое из которых мы можем считать случайным событием и поставить ему в соответствие (сопоставить) вероятность p(i).

Если расположить {x(i)} в порядке возрастания, то для каждого x(k) можно указать вероятность

$$P(x_k \le x_{k-1} \le \ldots \le x_i \le \ldots \le x_1) = \sum_{i=1}^{k} p(x_i)\,. \qquad 2.8)$$

Эта вероятность – сумма нарастающим итогом есть неубывающая функция от x:

$$P=F(x), \qquad (2.9)$$

называемая функцией, или законом распределения случайной величины X. Функция

$$f=p(x), \qquad (2.10)$$

стоящая в (2.8) под знаком суммы, называется плотностью распределения. Если она непрерывна, то в (2.8) стоит вместо суммы знак интеграла.

Распределение частоты в сериях по n проб, если вероятность p обнаружить объект одинакова во всех пробах, описывается плотностью:

$$p(x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}, \qquad (2.11)$$

где C_n^x – число сочетаний из n по x, p(x) – вероятность того, что из n проб ровно x – не пустые.

Распределение, описываемое (2.11), называется биномиальным, так как величины p(x) суть члены разложения бинома Ньютона $(p+q)^n$, q=1 – p.

Если закон распределения задан аналитически, т.е. формулой, то удобно иметь дело с параметрами этой формулы, или же с величинами, связанными с ними однозначно. Параметры биномиального распределения – n и p; np – среднее число непустых проб в сериях из n проб. Вероятность p нам a priori неизвестна. Мы располагаем лишь оценкой p из учета, а иногда и оценкой n. Теоретически ожидаемую величину $\mu(x) = np$ так и называют математическим ожиданием. Математическое ожидание величины X обозначают также MX. Нас, конечно, интересует, насколько далека наша выборочная оценка $m(x)$ от MX.

В качестве ошибки – меры отклонения от математического ожидания желательно взять какую-то естественную меру, например, расстояние.

Возьмем выборку случайной величины X={x(i)} и измерим ее расстояние от MX. Сначала от средней. Пусть даны три отсчета: 1,4,10; в среднем – 5. Вычтем из отсчетов среднюю – центрируем выборку: – 4, – 1,5. Отложим полученные значения по трем осям координат. Начало координат, очевидно, соответствует средней. Точка (– 4, – 1, 5) – выборке. Квадрат расстояния между выборкой и средней, по теореме Пифагора:

$$S^2=(-4)^2+(-1)^2+5^2;\ S=6.48.$$

Расстояние S примем как выборочную ошибку суммы отсчетов. Если увеличивать выборку, то будут добавляться и слагаемые к сумме S^2. Квадрат ошибки отсчета, очевидно, можно получить, усредняя S^2. Но мы не можем просто делить на число отсчетов. В этом случае мы получим для одного отсчета оценку ошибки 0. В то время как она просто в этом случае не определена. Вычислив среднюю, мы наложили на нашу систему показателей одну связь – отняли одну степень свободы. Вот на число степеней свободы (число отсчетов без одного) и следует делить S^2:

$$S^2 = S^2/(k-1) = 42/2;\ s=4.58.$$

Величина:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{k}(x(i) - m(x))^2 / (k-1) \qquad (2.12)$$

называется выборочной дисперсией и есть квадрат выборочного среднего квадратичного отклонения.

Средняя квадратичная ошибка средней еще в $\sqrt{k}$ раз меньше:

$$s(m(x))=s(x)/\sqrt{k}\,. \qquad (2.13)$$

У выборочной дисперсии тоже есть свое математическое ожидание, обозначаемое DX, σ^2.

Для биномиального распределения (2.11), положив q=1 – p, MX=np; DX=npq, ошибка среднего

$$s(m(x)) = \sqrt{(pq/n)}\,. \tag{2.14}$$

Величины MX=np и DX=np(1 – p) можно рассматривать как параметры биномиального распределения вместо n и p. Та и другая пары однозначно определяют распределение.

Биномиальное распределение характерно для следующей учетной ситуации. Отбирают k проб по n объектов; на каждом учитывают признак, принимающий только два значения – 0,1 (альтернативный); например, есть-нет; заражено-здорово; красное-белое и т.п. Он служит исходной (проверяемой, нулевой) гипотезой, например, при контрольном анализе семян на всхожесть, зараженность болезнями. Иногда оно встречается и вне этой ситуации. Так, довольно часто по биномиальному закону распределены глазомерные оценки пораженности растений корневыми гнилями; n – наибольший балл шкалы.

Откладывая отсчеты по взаимно перпендикулярным координатам, мы неявно предположили независимость отсчетов. Перпендикулярность и независимость векторов – синонимы.

Из (2.13) мы можем сделать вывод, что, поскольку ошибка среднего с ростом числа отсчетов сходится к нулю, выборочное среднее сходится к математическому ожиданию. Этот вывод известен как закон больших чисел. Приведем его в форме теоремы Чебышева:

Теорема Чебышева. Если ξ_1, ξ_2, … ξ_n, … – последовательность попарно независимых случайных величин, имеющих конечные дисперсии, ограниченные одной и той же постоянной

$$D\xi_1 \le C,\ D\xi_2 \le C,\ \dots\ D\xi_n \le C,\ \dots$$

то, каково бы ни было постоянное $\varepsilon>0$,

$$\lim P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_k - \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}M\xi_k\right| < \varepsilon\right\} = 1. \tag{2.15}$$

То есть, возвращаясь к нашим задачам, при условиях теоремы (попарная независимость отсчетов и конечные их дисперсии) средняя из отсчетов сходится к средней из их математических ожиданий. Законы распределения отсчетов могут быть разными.

Опишем свойства средней, как оценки математического ожидания. Эта оценка состоятельна: сходится именно к оцениваемому (генеральному) параметру. Она наиболее эффективна: обладает наименьшей ошибкой среди всех оценок математического ожидания. Она несмещена: лишена систематической ошибки (имеется в виду ошибка, обусловленная вычислительными процедурами. Систематическая ошибка учета, конечно, никуда не исчезает).

В связи со сказанным следует оценивать практику трансформации (преобразования) исходных данных, если нам не нравится, как они распределены. Т.Литтл и Ф.Хиллз (1981) считают: “необходимо указать, что лучше вычислить прежде средние преобразованных дат, а затем сделать обратный переход к исходным единицам. Это позволит получить правильно взвешенные средние.” Имеются в виду преобразования вида $\sqrt{(x(i)+1/2)}$, или lg(x(i)+1). Впрочем, те же авторы отмечают, что полученные оценки будут занижены. То есть, это – смещенные, вообще же несостоятельные оценки математического ожидания; возможно, оценки какой-то другой величины.

Любопытны случаи, когда сравнивают две выборки, в одной из которых больше средняя арифметическая, а в другой – полученная через трансформацию (Heathcote, 1957). Что делать? Можно держаться теоремы Чебышева. Можно переформулировать проверяемую гипотезу применительно к другой размерности и, конечно, придать ей другой натуральный смысл.

Попытки заменить среднюю арифметическую более или менее правдоподобным индексом предпринимались и вне статистической постановки вопроса. Известен индекс заселенности, предложенный ВНИИ сахарной свеклы (Палий, 1970; Поляков, Полоскина, 1975). Он представляет собой произведение средней m(x) на встречаемость $p(x\neq 0)$:

$$Z=m(x)\cdot p(x\neq 0). \qquad (2.16)$$

В геоботанике Z известен как индекс фитоценологической значимости. Утверждение, что численность “на самом деле” больше там, где больше Z, каковы бы ни были средние, есть попытка опровергнуть теорему Чебышева (Кудрин, 1971b).

Существуют и другие способы оценки математического ожидания. Упомянем о некоторых, иногда употребляемых.

Упорядочим выборку X={x(i)} по возрастанию; x(1) – меньший из всех, x(n) – больший отсчеты. Иногда применяют оценку

$$m'(x)=(x(1)+x(n))/2, \qquad (2.17)$$

то есть складывают наибольший и наименьший отсчеты и делят пополам. Этот прием имеет хождение в качестве прикидки. Особенность этой оценки в том, что $D(m'(x))\to\infty$ при $n\to\infty$. То есть она возможна, хотя и неточна, в малых выборках, где без нее можно обойтись. В больших же выборках ее эффективность быстро сходится к нулю (Сархан и Гринберг, 1970).

Лучше, хотя несколько менее эффективна, чем средняя арифметическая, оценка

$$m(27\%)=(x(27\%)+x(73\%))/2, \qquad (2.18)$$

где x(27%) и x(73%) находят, отсчитав 27% отсчетов с начала и 27% – с конца упорядоченной выборки.

Довольно эффективна как оценка математического ожидания медиана, т.е. отсчет, стоящий посредине упорядоченной выборки. Иногда медианой пользуются, если есть основания подозревать, что среди крайних членов выборки более вероятны “сорные” отсчеты.

Все эти упрощенные приемы предполагают симметричный закон распределения. Медиану, впрочем, используют в несимметричной ситуации. Например, во Франции – как официальную характеристику среднего дохода. Распределение доходов несимметрично. Неизвестно, имеет ли вообще здесь смысл математическое ожидание, а значит – и средняя арифметическая. Отметим случаи, когда случайная величина лишена математического ожидания.

В.Н.Воробьев и Б.Я.Рябко (1977) рассмотрели такую учетную ситуацию. В некоторой емкости неизвестного, но постоянного объема находится n не различимых друг от друга объектов. Учетчик черпает объекты из емкости устройством, вероятность попасть в которое не меняется от раза к разу и одинакова для всех объектов. Посчитанные объекты учетчик кидает обратно. Каково общее число объектов n?

Решение таково. Если вероятность не меняется, то отсчеты распределены по биномиальному закону. Математическое ожидание улова MX=np, дисперсия DX=np(1 – p). Тогда:

$$p=1 - DX/MX;\ n= MX/p. \qquad (2.19)$$

К сожалению, эта оценка не имеет математического ожидания, что В.Н.Воробьев и Б.Я.Рябко установили сразу. Поэтому пользоваться ею можно только, если нет ничего лучше. Нам встретятся и другие примеры случайных величин, не имеющих математического ожидания.

Таким образом, мы рассмотрели, что такое вероятность, установили, что частота – ее оценка. Частота – пример случайной величины, характеризуемой функцией распределения, которая может быть задана параметрами; в рассмотренном нами случае биномиального распределения их два – математическое ожидание и дисперсия. Несмещенная, состоятельная, чаще же всего и наиболее эффективная оценка математического ожидания есть средняя арифметическая. Другие оценки математического ожидания менее эффективны, а то и несостоятельны. Существуют случайные величины, вообще не имеющие математического ожидания.

3. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Не тщись объять необъятное.

Козьма Прутков

Распределение с плотностью (2.11) дискретно, т.е. случайная величина X принимает конечное или счетное множество значений. Практически, если это множество велико, бывает удобно считать его более чем счетным, а случайную величину – непрерывной, могущей принимать любое значение в своей области определения. Это прежде всего вопрос удобства – даже в наше машинное время уже начиная с n порядка десятков вычисления по (2.11) становятся слишком громоздкими. В этом случае, даже если есть уверенность в том, что распределение описывается (2.11), лучше воспользоваться тем, что биномиальное распределение сходится к

$$f(x) = (1/(\sigma\sqrt{(2\pi)})\exp(-((x-a)^2/(2\sigma^2))), \sigma > 0, \qquad (3.1)$$

где a=np, σ^2=npq. Это распределение называют нормальным с параметрами a и σ. Нормальное распределение выведено А. Муавром (Moivre, 1730) и для более общего случая – П. С. Лапласом (Laplace, 1820) именно как предельное для биномиального распределения, про которое теперь говорят, что оно асимптотически нормально при $n \to \infty$.

Довольно быстро обнаружилось, что к нормальному распределению сходятся не только суммы отсчетов (0,1), но и распределения многих величин, представимых как суммы. Сейчас установлено, что для этого требуется лишь попарная независимость и не слишком большая дисперсия слагаемых в этих суммах. Точная формулировка условий сходимости к нормальному закону (центральная предельная теорема) есть в учебниках (Гнеденко, 1969). Для нас важно, что нормальный закон встречается достаточно часто и к нему сходятся другие распределения.

Поскольку параметры биномиального закона здесь не имеют смысла, оценки дисперсии и ошибки средней вычисляют по формулам (2.12), (2.13). Ошибка выборочной дисперсии:

$$e(s^2) = s^2(\sqrt{(2n-1)})\,/\,n^2. \tag{3.2}$$

Таблицы функции нормального распределения есть во всех руководствах по теории вероятностей и математической статистике. В таблицах она центрирована и нормирована, т.е. представляет распределение величины $Z=\{(x-a)/\sigma\}$ с функцией распределения:

$$F(z) = (1/\sqrt{2\pi})\int_{-\infty}^{z}\exp(-t^2/2)dt\,. \tag{3.3}$$

Пример 3.1. Дана выборка с m(x)=9, s=3. Какова вероятность встретить отсчеты не больше 1 или не меньше 17?

Решение. В сущности, мы рассматриваем разность x – a. Нормируем ее: $z = |(x-a)|/s = |(17-9)|/3 = |(1-9)|/3 = 2.667$. Найдем в таблице вероятность того, что отсчет отклонится от средней на 2.667s. Поскольку нормальное распределение симметрично относительно a, то и функция распределения табулирована до F(z)=1/2. В таблице нашему z=2.667 соответствует p=0.49617. Для двусторонней постановки вопроса – отклонения от средней влево и вправо эту величину надо умножить на 2 и вычесть из 1: $P=1-0.49617\cdot 2=0.00766$. Такие отсчеты будут попадаться реже, чем 8 раз на 1000. При односторонней постановке, например, только для отсчетов не меньше 17 – реже 4 раз на 1000.

Все ли верно в нашем решении? На самом деле табулирована величина $z=(x-a)/\sigma$, а не $(x-m(x))/\sigma$. Величины a и σ относятся к бесконечному мыслимому множеству – генеральной совокупности, а m(x) и s – к выборке. Выборочные же оценки параметров имеют ошибку. Так что нам была бы более полезна таблица функции F(t), $t=(x-m(x))/s$.

Такая функция называется распределением Стьюдента (Student, 1908). Таблицы t-распределения есть во всех руководствах по математической статистике. Его плотность:

$$f(t) = \Gamma((n+1)/2)(1+t^2)-(n+1)/2)\,/\,(\sqrt{\pi}\cdot\Gamma(n/2))\,, \tag{3.4}$$

где Г – гамма-функция. Эта функция – непрерывный вариант факториала: Г(n+1)=n!, n – степени свободы. Распределение Стьюдента есть

$$S_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} \int_{-\infty}^{x} (1+\frac{t^2}{n})^{-\frac{n+1}{2}} dt$$

и сходится к нормальному при $n \to \infty$.

Можно проверить наше решение. Пусть дано всего 4 отсчета, число степеней свободы – 3; t-распределение обычно табулировано для двусторонней постановки вопроса, хотя встречаются таблицы и для односторонней постановки (Weber, 1961). В таблице для n=3 мы найдем, что вероятность интересующего нас события 0.1>p(A)>0.05, т.е. такие отсчеты будут попадаться чаще, чем 1 раз на 20. Таким образом, мы построили и проверили статистическую гипотезу. Гипотеза наша такова: отсчеты, отлежащие на 2.667s от средней из 4 отсчетов; m(x)=9, s=3, принадлежат к той же совокупности, что и отсчеты выборки, будут попадаться достаточно часто в выборках этого объема. Противоположная гипотеза – эти отсчеты принадлежат другой генеральной совокупности.

Казалось бы, эти гипотезы равноправны и надо выбрать ту, вероятность которой больше 1/2. Одно время так и поступали. Но такой подход неправилен. Утверждения “разница существенна” и “разница несущественна” имеют разное значение. Бремя доказательства лежит на том, кто утверждает “разница существенна”. Именно он должен доказать, что маловероятна противоположная (альтернативная) гипотеза о том, что все одинаково, ничего существенного и нового нет (нулевая, или нуль-гипотеза). Если речь идет о разности средних, то нуль-гипотеза состоит в том, что разность недостоверна; если исследуют зависимость, то нуль-гипотеза – независимость и т.п. Таким образом, статистическое доказательство относится к утверждению, что маловероятна нуль-гипотеза.

Какую вероятность считать малой? Существуют три совершенно произвольно назначенных, но общепринятых уровня значимости нуль-гипотезы: α=0.05, 0.01 и 0.001. Редко, но употребляют уровень 0.1. Практически вышел из употребления когда-то популярный уровень 0.003 (Константинов, 1952). Можно взять любой другой уровень, но тогда нужны обоснования. Если их нет, надо держаться общепринятого. Возвращаясь к примеру 3.1, мы должны остановиться на втором решении, т.е. что вероятность нуль-гипотезы еще велика.

Заметим, что отвергнуть нуль-гипотезу мы можем просто в силу случая. Так, при уровне значимости α=0.05 мы неявно соглашаемся на вероятность ошибки первого рода в 1/20=0.05. Но мы можем, в силу того же случая, остаться при нулевой гипотезе, когда она неверна. Это – ошибка второго рода, вероятность которой не всегда просто оценить. Ее задают явно при процедуре последовательного анализа (см. главу “Планирование учетов”). Вероятность правильного отклонения нуль-гипотезы называется мощностью критерия, или, точнее, функцией мощности критерия, ибо мощность критерия зависит от формулировки нуль-гипотезы и параметров выборочного распределения.

t-критерий, как и хи-квадрат и F-критерии, о которых речь пойдет ниже, являются наиболее мощными критериями. Применения t-критерия многообразны. Здесь мы упомянем еще об оценке достоверности разности средних. Если складывают или вычитают две случайные величины X и Y, то дисперсия алгебраической суммы равна:

$$\mathrm{D}(\mathrm{X} \pm \mathrm{Y}) = \mathrm{DX} + \mathrm{DY} + 2 \cdot \mathrm{r} \cdot \sqrt{(\mathrm{DX} \cdot \mathrm{DY})}\,, \qquad (3.5)$$

где r – коэффициент корреляции.

Ошибка разности (и суммы) некоррелированных средних:

$$\mathrm{s(d)} = \sqrt{(\mathrm{s}^2(\mathrm{m(x)}) + \mathrm{s}^2(\mathrm{m(y)}))}\,, \ \mathrm{d{=}m(x) - m(y)}. \qquad (3.6)$$

Величина

$$\mathrm{t{=}d/s(d)} \qquad (3.7)$$

есть t-критерий Стьюдента с n(x)+n(y) – 2 степенями свободы.

Пример 3.2. Даны 2 выборки:

X = 3, 1, 5, 8, 3, 2; m(x) = 3.667 ± 1.022; n(x)=6;

Y = 0, 2, 4, 4, 5, 2, 1; m(y) = 2.571 ± 0.685; n(y)=7.

Достоверна ли разность между средними?

$$\mathrm{t(d)} = (3.667 - 2.571) / \sqrt{(1.022^2 + 0.685^2)}\,;$$

t(d)=0.891 при 11 степенях свободы, что соответствует вероятности нуль-гипотезы 0.39. Мы ее не отвергаем, считаем выборки принадлежащими одной совокупности и можем их, например, объединить в одну.

Заметим, что формула (3.6) подсказывает пути уменьшения ошибки разности. Нужно взять несколько больше отсчетов там, где они 1) дешевле; 2) имеют большую дисперсию. При изучении влияния различных мероприятий на вредителей растений 1) и 2) часто совпадают на контроле. Там надо брать несколько больше проб, чем на вариантах (Асатурян, 1976).

Отношение любой выборочной оценки величины, имеющей нормальное распределение, к своей ошибке дает t-критерий. Ниже мы с этим встретимся.

Как же быть, если нет нормальности отсчетов. Дела не так плохи, если проверяют гипотезы о средних. Средние получаются как суммы отсчетов и бывают нормально распределены, даже если у отсчетов нормальности заведомо нет. Из практики метода Монте-Карло известно, что сумма всего лишь 12 отсчетов псевдослучайной величины, распределенной по равномерному закону (см. следующую главу) дают вполне удовлетворительное приближение к нормальному закону. Даже для метода Монте-Карло, где объемы выборок далеко превосходят те, с которыми имеет дело практика учетов.

Есть способ, вполне независимый от вида распределения, но он малоупотребителен, и сейчас мы увидим, почему. Речь идет о неравенстве Чебышева:

$$P(|x - MX| \geq k\sqrt{DX}) \leq 1/k^2, \qquad (3.8)$$

где k – произвольное положительное число.

Проверим, может ли принадлежать выборке Y из примера 3.2 отсчет, равный 16. $s = 1.81$; $y - MY = 13.429$; $k \leq 13.429/1.81 = 7.41$; $P \leq 1/7.41^2$; $P \leq 0.0182$. Таким образом, мы отвергаем гипотезу о принадлежности отсчета y = 16 к той же генеральной совокупности Y, что и выборка.

Недостатки этого приема очевидны. Во-первых, мы не располагаем, и в практике никогда не будем располагать генеральными параметрами MX и DX, а имеем дело с оценками. Во-вторых, прием дает слишком большую ошибку второго рода; t-критерий в этой ситуации дает $P<0.00001$. Неравенство, впрочем, не для этого доказано. Это был этап при доказательстве теоремы Чебышева. Для нас же важно, что критерии, основанные на нормальном распределении, позволяют сэкономить труд, повышая достоверность выводов.

Преобразование исходных данных, о котором говорилось в предыдущей главе, как раз и предназначено, чтобы сблизить распределение отсчетов с нормальным. Если совсем уж ничего нельзя поделать, можно идти и на это. Лучше проверить гипотезу, смысл которой еще надо уточнять, чем остаться вообще без выводов.

4. НЕКОТОРЫЕ ДРУГИЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Тогда англичане позвали государя в самую последнюю кунсткамеру, где у них со всего света собраны минеральные камни и нимфозории, начиная с самой огромной египетской керамиды до закожной блохи, которую глазам видеть невозможно, а угрызение ее между кожей и телом есть.

Н.С. Лесков

Равномерное или прямоугольное распределение упоминалось в связи со сходимостью суммы равномерно распределенных отсчетов к нормальному закону. Функция распределения:

$$\begin{cases} 0 & \text{при } x < a - h/2; \\ (1/h)\int\limits_{a-h/2}^{x} dt = (x - (a - h/2))/h & \text{при } a - h/2 \le x \le a + h/2; \\ 1 & \text{при } x > a + h/2. \end{cases} \qquad (4.1)$$

MX=a, DX=$h^2/12$, $\sigma = h/\sqrt{12}$.

С равномерным законом мы встречаемся, когда делаем отсчеты по шкалам приборов. Если мы измеряем температуру термометром с ценой деления h=0.1°, то мы приписываем интервалу, например, от 39.95° до 40.05° одно и то же значение – a=40°. Ошибка отсчета $s(x)=0.1/\sqrt{12}=$ 0.029, равномерно распределены в интервале (0,1) отсчеты, порождаемые машинной программой “Генератор псевдослучайных чисел”, которая встроена во все реализации современных машинных языков.

То же при глазомерных оценках. Если оцениваемой величине, скажем, поврежденности от 25 до 50% мы ставим в соответствие один и тот же балл 2, то ошибка, происшедшая от этого выравнивания, равна 7.22%, или 0.289 балла. Подробно об этом – в главе Глазомерные оценки. Дисперсия $h^2/12$ известна как поправка Шеппарда, а величина $h/\sqrt{12}$ – как ошибка округления, возникающая при разбиении упорядоченного ряда отсчетов на классы.

Полезно ознакомиться и с распределением Пуассона, характеризующим статистическую равномерность. Пусть на некоторой поверхности размещены объекты (точки), плотность которых мы оцениваем путем опробования. Доказано (Гнеденко, 1969), что если размещение объектов стационарно, т.е. результат обследования не зависит от маршрута, лишено последействия, т.е. все отсчеты по пробам попарно независимы, как бы ни были расположены пробы, обладает ординарностью, т.е. нахождение одного объекта в пробе не меняет вероятности обнаружения следующих, то распределение объектов по пробам дается плотностью:

$$p(k) = e^{-\lambda} \cdot \lambda^k / k!, \tag{4.2}$$

где λ – математическое ожидание числа объектов в пробе. Заметим, что предложение, изложенное выше, доказано, а обратное ему – нет, т.е. никто не доказал, что если распределение (4.2), называемое распределением Пуассона, имеет место, то из этого следуют стационарность, отсутствие последействия и ординарность.

Распределение Пуассона имеет один параметр. Зная его, можно выстроить все распределение от $p(0)$ до $p(n)$ так, что $F(n) \approx 1$.

Пример 4.1. Проделаем эту работу для $\lambda=2$. Воспользуемся тем, что здесь имеет место рекуррентная формула:

$$p(i)=p(i-1)\cdot\lambda/i. \tag{4.3}$$

То есть следующую вероятность получают из предыдущей, умножая на λ и деля на i:

$p(0) = \exp(-2) = 0.1353$; $F(0) = 0.1353$;

$p(1) = p(0)\cdot 2/1 = 0.2707$; $F(1) = 0.4060$;

$p(2) = p(1)\cdot 2/2 = 0.2707$; $F(2) = 0.6767$;

$p(3) = p(2)\cdot 2/3 = 0.1804$; $F(3) = 0.8571$;

$p(4) = p(3)\cdot 2/4 = 0.0902$; $F(4) = 0.9473$;

$p(5) = p(4)\cdot 2/5 = 0.0361$; $F(5) = 0.9834$;

$p(6) = p(5)\cdot 2/6 = 0.0120$; $F(6) = 0.9954$;

$p(7) = p(6)\cdot 2/7 = 0.0034$; $F(7) = 0.9988$;

$p(8) = p(7)\cdot 2/8 = 0.0009$; $F(8) = 0.9997$;

$p(9) = p(8)\cdot 2/9 = 0.0002$; $F(9) = 0.9999$.

Замечательное свойство распределения Пуассона: дисперсия равна математическому ожиданию, $MX=DX$; $\lambda=\sigma^2$. Распределение Пуассона служит нулевой гипотезой при проверке равномерности распределений, наблюдаемых в учетах.

Распределение Пуассона нетипично для объектов учета, в частности, для насекомых. Им свойственно не только предпочтение отдельных частей учетной единицы – поля, делянки, но и тяготение друг к другу – стадность. Кроме того, область повышенной численности, раз возникнув по какой-то временной причине, может поддерживаться потом годами, особенно у объектов, не склонных к миграции. Ординарность нарушается также, если единица учета – растение или его орган, или животное – при паразитологических учетах.

При учетах сорной растительности статистическая равномерность (пуассоновость) тоже наблюдается лишь как исключение. Хорошо известна мозаичность природных фитоценозов. Отвергнув гипотезу пуассоновости, мы вынуждены описывать реальность другим способом. А.В. Смуров (1975,1976) предложил описывать реальные распределения как смесь скоплений и фона, внутри каждого из которых справедлив закон Пуассона со своим параметром. В законе Смурова ничего ошибочного или ненатурального нет, но популярности он не получил.

Как правило, дисперсия превышает среднюю. А.П.Расиньш (Rasins, 1971) советует вычислять коэффициент дисперсии

$$DK=s^2/m(x) \tag{4.4}$$

и по его величине судить, какое распределение больше подходит: при $DK<0.8$ – нормальное, при $0.8<DK<1.2$ – Пуассона, при $DK>1.2$ – отрицательное, оно же негативное биномиальное распределение, задаваемое плотностью:

$$p(n) = p^k q^n \prod_{i-1}^{n}(k+i-1)/n!, \tag{4.5}$$

где p и q – параметры распределения. (5) представляет собой разложение в ряд функции:

$$y = p^k (1-q)^k. \tag{4.6}$$

Обратимся к вычислительной технике. Алгоритм взят из работы К.А.Бреева (1972).

Пример 4.2. С помощью ловушек учитывали чернотелку Pedinus femoralis L. Распределение жуков по ловушкам см. графу “P” в табл. 4.1. Средняя M=1.983696, дисперсия D=4.781154, число отсчетов N=184. Лишние цифры после запятой у конечного результата отбрасывают вместе с накопившейся ошибкой.

Таблица 4.1

Проверка соответствия распределения чернотелки Pedinus femoralis L. отрицательному биномиальному закону.

x	P	A	A/(k+M)		P’ теоретическое	$(P-P')^2/P'$
			k=1.40665	k=1.2		
0	53	131	93.1289	109.1667	53.79	0.01
1	48	83	34.4878	37.7273	43.80	0.40
2	27	56	16.4384	17.5000	30.74	0.46
3	17	39	8.8503	9.2857	20.42	0.57
4	16	23	4.2540	4.4231	13.19	0.21
5	9	14	2.1852	2.2581	8.37	0.05
6	7	7	0.9451	0.9722	13.70*	0.01
7	2	5	0.5948	0.6098		
8	2	3	0.3189	0.3261	χ^2=1.71	
9	2	1	0.0961	0.0980		
10	0	1	0.0877	0.0893	* Сумма всех ос-	
11	0	1	0.0806	0.0880	тальных членов	
12	0	1	0.0746	0.0808	распределения	
13	1	–	z = – 0.6461	z = 3.0815		

Дисперсия превышает среднюю. Критерий Q=441.07 при математическом ожидании 184 ± 21.47, см. главу Хи-квадрат. Бесполезно пытаться описывать наблюдаемый ряд с помощью распределения Пуассона. Проверим гипотезу отрицательного биномиального распределения. Образуем накопленные числа отсчетов A, двигаясь снизу вверх и не включая нулевой класс. Вычислим параметр k путем последовательных приближений. Первое приближение

$$k = M^2/(D - M), \tag{4.7}$$

k=1.40665. Накопленные числа A делят по строкам таблицы на k+x, т.е. последовательно на k+0, k+1, ..., k+13. Величина k должна обращать в нуль невязку z:

$$z = \sum_x (A / (k + x) - N \ln(1 + M / k)). \tag{4.8}$$

Первое приближение дает z= – 0.6461. Если невязка отрицательна, следующее приближение k надо брать меньше, в противном случае – больше. Приближение k=1.2 дает z=3.0815. Дальше путем пропорции находят третье приближение и т.д. Окончательно k=1.381. Далее

$$p = k/(k+M) = 0.41044; q=1 - p=0.58956. \tag{4.9}$$

Частота нулевого класса:

$$\pi(0) = p^k = 0.29234. \tag{4.10}$$

Остальные классы вычисляют по рекуррентной формуле:

$$\pi(i) = p(i-1)\cdot(k+i-1)\cdot q/x, \tag{4.11}$$

именно, следующим образом:

$$\pi(1) = 0.29234\cdot 1.381\cdot 0.58956/1 = 0.23802;$$

$$\pi(2) = 0.23802\cdot 2.381\cdot 0.58956/2 = 0.16706;$$

$$\pi(3) = 0.16706\cdot 3.381\cdot 0.58956/3 = 0.11100;$$

$$\pi(4) = 0.11100\cdot 4.381\cdot 0.58956/4 = 0.07167;$$

$$\pi(5) = 0.07167\cdot 5.381\cdot 0.58956/5 = 0.04548;$$

$$\pi(6) = 0.04548\cdot 6.381\cdot 0.58956/6 = 0.02851.$$

Поскольку далее получаются весьма малые частоты, то, начиная с $\pi(6)$ их объединяют, вычтя из единицы сумму с $\pi(0)$ по $\pi(5)$, что дает $\pi(x\geq 6)0.07444$, P(6)=13.70. Затем все частоты умножают на N=184 и заносят в графу P’ табл. 4.1. Разность P – P’ возводят в квадрат, делят на P’ и заносят в соответствующую графу. P(6) для этого получают, суммируя в графе P числа с 6 по 13. Сумма по графе $(P - P')^2/P'$ есть хи-квадрат с тремя (6 – 3) степенями свободы. 2 степени свободы занимают M и D, из которых вычислены p, q, k. Одну степень свободы занимает условие z = 0. Если бы мы удовольствовались первым приближением, у нас осталось бы 4 степени свободы, но сходство рядов P и P’ было бы хуже. Полученная статистика хи-квадрат мала (математическое ожидание равно 3). Таким образом, принимаем гипотезу об отрицательном биномиальном распределении.

Этот алгоритм легко расписать в машинную программу. К.А. Бреев указывает еще два упрощенные алгоритма оценки k, пригодные в частных случаях. Приведенный здесь пригоден всегда и тоже достаточно прост.

Ошибку средней оценивают по (2.13). Есть все основания полагать, что распределение средней с ростом числа отсчетов сходится к нормальному. При $MX\to 0$ отрицательное биномиальное распределение переходит в распределение Пуассона. С ростом MX обычно растет и отношение DK = DX/MX.

Рассмотрим показательное или экспоненциальное распределение. Оно имеет плотность

$$\varphi(x)=(1/\sigma)\exp(-x/\sigma), \tag{4.12}$$

где σ – среднее квадратичное отклонение.

Функция распределения:

$$F(x)= 1 - \exp(-x/\sigma). \tag{4.13}$$

Как видно, это распределение, так же, как и распределение Пуассона, имеет один параметр. Для него

$$MX = \sqrt{DX}\,. \tag{4.14}$$

Распределения Пуассона и показательное связаны между собой. Пусть мы ведем учет на маршруте вдоль рядка посева, отмечая места обнаружения объектов, например, погибшие растения или взлетающих крупных насекомых. Если объекты распределены по закону Пуассона с параметром λ, то расстояния между ними распределены по показательному закону с параметром

$$\sigma=1/\lambda. \tag{4.15}$$

В технике экспоненциальный закон применяют для описания времени безотказной работы различных, в том числе сложных, устройств. В экологии он также мог бы найти применение в качестве нулевой гипотезы при изучении гибели объектов или перехода их в другую фазу (например, окукливание). Смысл закона в том, что наступление события не зависит от длительности предыдущего “спокойного” отрезка времени.

Распределение суммы отсчетов и средней из них сходятся к нормальному. При проверке гипотез об отдельных отсчетах используют само распределение.

Пример 4.3. Дано распределение с $\sigma = 1/3$: $\varphi(x) = 3\cdot\exp(-3x)$.
какова вероятность встретить отсчет $x \ge 1$?

Решение. Искомая вероятность равна:

$$p(x \ge 1) = 3\int_1^\infty \exp(-3x)dx = \exp(-3x)\int_1^\infty = 0.0498\,.$$

Такое событие при уровне значимости 0.05 маловероятно.

Как быть, если наблюдения не доведены до “гибели” всех объектов, а есть только выборка времени жизни всех объектов, кроме k уцелевших? В этом случае оценка (Сархан и Гринберг, 1970):

$$\sigma = (\sum_{i=1}^{n-k} x_i + kx_{n-k}) / (n-k)\,. \tag{4.16}$$

Ее дисперсия:

$$D(S) = \sigma^2/(n - k). \qquad (4.17)$$

Это может иметь значение, когда по условиям опыта невозможно дожидаться, пока вымрет последний объект. Распределение, напомню, определено в интервале $(0, \infty)$.

Дискретный вариант показательного закона может наблюдаться, если учитывают несколько видов сразу. Считается, что численности первого, второго и т.д. видов относятся как члены убывающей геометрической прогрессии. Это утверждение известно как закон Мотомуры (Motomura, 1947):

$$n(i) = n(1)\, k^{i-1}, \qquad (4.18)$$

где n(1) – обилие самого многочисленного вида, k – параметр распределения.

Действительность часто, но не всегда похожа на закон Мотомуры. В табл. 4.2 приведены распределения численности землероек по видам в сухой и влажный периоды в Барабинской степи (Максимов, 1978) в сравнении с законом Мотомуры, выраженным в форме:

$$n(i) = a \cdot \exp(-bi). \qquad (4.19)$$

В общем ряды f и f(exp) похожи. Но не очень. Закон Мотомуры плохо предсказывает распределение дальше третьего члена ряда. Гиперболическая аппроксимация f(hyp) здесь лучше – меньше дисперсия аппроксимации (строка “дисперсия”). О гиперболических законах мы сейчас скажем, рассмотрев. табл. 4.3, где приведены данные из работы Йорума (Joerum, 1976). Ряд уловов в ловчие банки приближенно описан гиперболой, экспонентой и суммой двух экспонент. Последнее приближение лучше всего. Вообще же в последовательности многочисленных видов хорошей закономерности ожидать нечего – слишком неустойчива ситуация.

Таблица 4.2

Доли участия в общей численности разных видов землероек в зависимости от циклов увлажненности Барабы, %; сравнение наблюденных частот f с вычисленными по гиперболическому f(hyp) и Мотомуры f(exp) законам

Виды землероек	Влажный период			Сухой период		
	f	f(hyp)	f(exp)	f	f(hyp)	f(exp)
Бурозубки: обыкновенная	55.2	55.35	54.39	67.8	67.69	67.38

крупнозубая	4.9	4.49	1.56	14.7	15.99	17.65
арктическая	8.4	9.96	9.20	2.4	2.37	0.32
средняя	3.7	3.37	0.64	2.2	1.62	0.08
малая	7.4	6.35	3.78	9.0	6.87	4.62
крошечная	0.6	2.65	0.26	0.5	1.18	0.02
Кутора	19.8	18.76	22.37	3.4	3.78	1.21
параметр a	–	55.35	132.26	–	67.69	257.27
параметр b	–	0.5610	0.88855	–	1.0818	1.33978
дисперсия	–	9.13	41.63	–	7.13	41.87

Общеизвестно широкое применение гиперболических законов распределения различными науками (см., в частности, доклады Первой международной конференции “Математическое описание ценозов”, 1996). В множествах элементов, зави-симых в совокупности (системах), например, в биоценозах, в техноценозах, информценозах, осмысленных последовательностях символов – текстах, языках есть виды элементов тривиальные и – редкие. Легко заметить также, что, начиная с некоторого минимального размера, мелких видов больше, чем крупных, коротких слов больше, чем длинных, бедных больше, чем богатых (впрочем, это уже социоценоз). Если составить список элементов, разбив их по видам, то окажется, что малочисленных видов больше, чем массовых. Как при выборочном, так и при сплошном описании стабильных систем оказывается, что самый длинный список у видов, встретившихся при обследовании по одному разу. Затем идут виды, встретившиеся два раза и т.д.

Таблица 4.3

Приближение с помощью гиперболы $Y = 3803.23/T^{1.1006}$, экспоненты $Y=10846 \cdot 0.3115 \cdot 0.6885^{(T-1)}$ и суммы двух экспонент $Y=9588.01 \cdot 0.2151 \cdot 0.7849^{(T-1)}+2188.51 \cdot 0.7081 \cdot 0.2919^{(T-1)}$ видового состава жужелиц, пойманных в ловушки (Joerum,1976)

Виды жужелиц	Улов всего	Гипер-бола	Экспо-нента	Сумма экспонент
Carabus hortensis L.	3598	3803.23	3378.71	3611.99
Pterostichus melanarius Ill.	2170	1773.48	2326.20	2071.15
Abax ater Villers	1231	1135.05	1601.56	1402.63
Nebria brevicollis F.	994	826.99	1102.65	1035.82
Trechus obtusus Er.	868	646.90	759.16	794.01
Pterostichus niger F.	728	529.28	522.67	617.67
Carabus coriaceus L.	508	446.69	359.85	483.19

Carabus violaceus L.	492	385.63	247.75	378.78
Harpalus latus L.	222	338.75	170.57	297.17
Patrobus aurorufus Stroem	202	301.66	117.44	233.21
Pterostichus strenuus Panz.	199	271.62	80.85	183.03
Leistus rufomarginatus Dft.	95	246.81	55.67	143.66
Agonum assimile Payk.	61	226.00	38.33	112.76
Pterostichus nigrita F.	30	208.29	26.39	88.50
Carabus granulatus L.	29	193.06	18.17	69.47
Loricera pilicornis F.	22	179.82	12.51	54.52
Notiophilus biguttatus F.	16	168.22	8.61	42.80
Carabus nemoralis Muell.	15	157.96	5.93	33.59
Trechus secalis Payk.	15	148.84	4.08	26.37
Badister sodalis Dft.	15	140.67	2.81	20.69
Bembidion lampros Hbst.	6	133.31	1.93	16.24
Calathus piceus Marsh.	6	126.66	1.33	12.75
Cychrus caraboides L.	2	120.61	.92	10.01
Bembidion guttula F.	2	115.09	.63	7.85
Agonum muelleri Hbst.	2	110.03	.43	6.17
Stomis pumicatus Panz.	2	105.38	.30	4.84
Trichocellus placidus Gyll.	2	101.10	.21	3.80
Leistus rufescens F.	1	97.13	.14	2.98
Synuchus nivalis Panz.	1	93.45	.10	2.34
Pterostichus gracilis Dej.	1	90.03	.07	1.84
Amara plebeja Gyll.	1	86.84	.05	1.44
Amara aenea Deg.	1	83.85	.03	1.13
Bradycellus similis Dej.	1	81.06	.02	0.89
Дисперсия по отношению к улову:		23099	12378	3166

Если элементы системы конкурируют за ограниченный ресурс среды – пищу, энергию, пространство и т.п., то распределение видов элементов по обсужденным параметрам, включая численность, как это строго доказано (Рябко и др., 1978), принимает форму гиперболы:

$$p(n) \approx 1/n. \qquad (4.20)$$

Но (4.20) не может быть плотностью распределения, так как ряд $\{1/n\}$ расходится (Лузин, 1958). Для коротких рядов, конечно, можно подобрать нормирующий множитель, однако практика пошла другим путем.

Р.А.Фишер (Fisher, Corbett & Williams, 1943) предложил логарифмический ряд для аппроксимации гиперболы, пригодный как закон распределения. Известно (Лузин, 1958) разложение:

$$-\ln(1-x) = x+x^2/2+...+x^n/n+..., \; x<1. \qquad (4.21)$$

При x, близких к 1, ряд (4.21) близок к (4.20). Если выбрать множитель a так, чтобы

$$-\alpha \ln(1-x) = S, \qquad (4.22)$$

S – число всех видов, то число видов с n особями:

$$S(n)=\alpha x^n/n. \qquad (4.23)$$

Если последовательность {S(n)} умножить на числа особей по видам, т.е. на n, то, используя свойства геометрической прогрессии, число особей во всем учетном материале:

$$N=\alpha x/(1-x). \qquad (4.24)$$

Параметр x (x здесь параметр, а не переменная) находят, решая относительно x равенство, следующее из (4.22), (4.24):

$$S/N=-(1-x)\ln(1-x)/x. \qquad (4.25)$$

Подставляя x в (4.24), вычислим a. Дисперсия α:

$$\sigma^2(\alpha)=a^3((N+\alpha^2)\ln((2N+\alpha)/(N+\alpha)-N\alpha)/(SN+S\alpha-N\alpha)^2. \qquad (4.26)$$

Другой путь, исторически первый, дает распределение Парето (W. Pareto, 1897) предложенное или распределение доходов:

$$p(x)=\begin{matrix}(\alpha/\beta)(\beta/x)^{\alpha+1} & , & x>\beta; \\ 0 & , & x\le\beta.\end{matrix} \qquad (4.27)$$

Математическое ожидание m конечно при a>1 и равно

$$\mu=\alpha\beta/(\alpha-1). \qquad (4.28)$$

Дисперсия конечна при a>2 и равна:

$$\sigma^2=\alpha\beta^2/((\alpha-1)^2(\alpha-2)). \qquad (4.29)$$

При обработке данных табл. 3 использовано равенство:

$$P(n)=a/n^{1+b}, \qquad (4.30)$$

где a – численность самого многочисленного объекта.

В настоящее время активно изучают и практически используют при описании, прогнозировании, проектировании техносистем и управлении ими различные варианты гиперболического закона, восходящего к Ципфу (Zipf, 1947), см. например, Ю.К.Орлов (1980). Употребительно равенство (4.30). Оказалась актуальной задача распределения видов по классам численности, подобная той, что рассматривали Фишер, Корбетт и Вильямс (Fisher & al., 1943).

При описании техноценозов (Кудрин, 1993) можно получить не только выборочные, но и сплошные описания. Опыт изучения техноценозов ценен именно тем, что можно составить достоверный список уникальных (учтенных в одном экземпляре) видов. Опознать и безошибочно определить редкий вид изделия в технике легче. И здесь есть трудности. Так, изделие УК-4Н-УР-ц-2-01-6/250-У4 ТУ 16.539.548-72 – не каждый даже специалист-электрик сразу скажет, что это удлинитель с тремя основными и одной резервной розетками, предназначенными для присоединения электрических приборов бытового назначения (Кудрин, 1976).

Исследование гиперболических рядов в технике столкнулось с проблемой, вытекающей из свойств гиперболических распределений, а именно, при малых значениях параметра b распределения (4.30), они не имеют конечной дисперсии и математического ожидания, хотя ряды распределения сходятся.

Приведем пример из техники (Фуфаев и др., 1986). В 1984 году на Абаканском вагоностроительном объединении поступили в ремонт 512 электромоторов 150 видов, численность которых:

Экземпляров:	1	2	3	4	5	6	7	8	10	13	14	15	16	24	39;
Видов:	72	18	17	11	7	6	5	4	2	1	2	1	2	1	1.

То есть 72 вида поступили по одному экземпляру, 18 – по два и т.д.
Распределение описывается формулой (4.30):

$$P(n) = 71.178/n^{1.56388}.$$

Первые 8 членов вычисленного ряда: 71.18, 24.08, 12.77, 8.14, 5.74, 4.32, 3.39, 2.75. Сумма квадратов отклонений вычисленного ряда от реального (дисперсия аппроксимации) равна 89.98, хи-квадрат 10.10 при 5 степенях свободы, что не позволяет отвергнуть гипотезу о гиперболическом распределении вида (4.30).

В технике накоплен опыт смысловой интерпретации параметра b из (4.30), или, что то же, α из (4.27). Считается (Фуфаев, 1987), что при $0 \le \alpha \le 1$ техноценоз находится в зоне экономического оптимума. При $\alpha>1$ – засилье редких видов и потери от невозможности использовать серийность. Приемлемый компромисс между серийностью и стабильностью находится вблизи $\alpha=0.2$, в то время как для предприятий (1987 г.) характерно $\alpha=0.75$. Поставлена задача и выработаны рекомендации для управления разнообразием. На небольших недавно построенных предприятиях, укомплектованных одним поставщиком, встречается $\alpha\approx0$.

Заметим, что последний случай, отмечаемый исследователями техноценозов как редкий, как раз типичен для агроценозов, “комплектуемых” серийными организмами – культурой и находящихся под воздействием технологии, назначение которой – поддержать однообразие. Преобладание культуры ведет к доминированию ее консументов, часто рассматриваемых как вредители, а также к ограниченному набору сорняков, способных процветать при данной технологии.

Таким образом, мы рассмотрели некоторые распределения, параметры которых имеют отношение к свойствам популяций и сообществ. Такие свойства, как равномерность, стабильность, разнообразие находят отражение в оценках, вычисляемых из учетных данных.

В заключение упомянем об отмеченной Д.Б.Дунаевским и В.П.Пьяных (1971) зависимости закона распределения экспериментальных данных от коэффициента вариации. Обычно наблюдают

при коэффициенте вариации до 35% нормальное распределение;

“ “ “ 30 – 60 % – логнормальное;

“ “ “ 58 – 100% – гамма-распределение;

“ “ “ 95 – 105% – экспоненциальное и

“ “ “ > 100% – распределение Вейбулла.

Обоснования это не имеет, но наблюдается часто и может служить для ориентировки.

5. ХИ-КВАДРАТ. КРИТЕРИЙ СОГЛАСИЯ И ОДНОРОДНОСТИ.

Дыма без огня не бывает.

Пословица

Пусть даны n нормально распределенных величин $\{\xi_i\}$ с параметрами a=0 и σ=1. О сумме их квадратов

$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2 \tag{5.1}$$

говорят, что она имеет распределение хи-квадрат с n степенями свободы.
$M(\chi^2) = n$; $D(\chi^2) = 2n$.

Распределение хи-квадрат по определению аддитивно, т.е. сумма случайных величин, распределенных как хи-квадрат с m и n степенями свободы, распределена как хи-квадрат с m+n степенями свободы. С ростом n распределение хи-квадрат сходится к нормальному с параметрами n, $\sqrt{2n}$. Этим можно пользоваться для больших n, грубо – уже с n=10. Хорошие таблицы хи-квадрат есть во всех руководствах по математической статистике. Критерии, основанные на Хи-квадрат статистике, на практике дают хорошие результаты. Поэтому полезно опознавать случайные величины, имеющие хи-квадрат-распределение, и даже планировать ситуации, в которых это распределение появится.

Рассмотрим несколько случаев. Наиболее популярно применение хи-квадрат как критерия согласия. Пусть даны n классов эмпирического распределения $\{f_i\}$, $\sum f_i = n$. Это распределение сравнивают с теоретическим с классами $\{\varphi_i\}$; m параметров теоретического распределения, в том числе общее число отсчетов n вычисляют из выборки. Величина

$$\chi_{n-m}^2 = \sum_{i=1}^{n} (f_i - \varphi_i)^2 / \varphi_i \tag{5.2}$$

распределена как хи-квадрат с n – m степенями свободы. Вычисление критерия согласия хи-квадрат см. пример 4.2. Вид проверяемого распределения значения не имеет; требуется лишь, чтобы классы теоретического распределения были не менее 10, по некоторым источникам – 5. Нужно это затем, чтобы в знаменатель не попали числа, близкие к нулю.

Рассмотрим еще один пример, в котором нам понадобятся понятия главы 2 и формулы (2.4), (2.5).

Пример 5.1. В образце из 400 семян учитывали зараженность грибами Alternaria (Al), Fusarium (Fs), Penicillium (Pn).

Распределение семян по зараженности оказалось следующим:

Инфекция:	Нет	Al	Fs	Pn	Al+Fs	Ai+Pn	Fs+Pn	Al+Fs+Pn
Учетные f:	146	101	52	47	12	15	23	4
Расчетные φ:	160.9	79.4	47.4	46.1	23.3	22.7	13.6	6.7.

Оценки вероятностей заражения по возбудителям:

$$P\ (Al) = (f\ (Al)+f\ (Al+Fs)+f\ (Al+Pn)+f\ (Al+Fs+Pn))/400;$$

$$P\ (Fs) = (f\ (Fs)+f\ (Al+Fs)+f\ (Pn+Fs)+f\ (Al+Fs+Pn))/400;$$

$$P\ (Pn) = (f\ (Pn)+f\ (Pn+Fs)+f\ (Al+Pn)+f\ (Al+Fs+Pn))/400.$$

Поскольку проверяется гипотеза независимости инфекций, то:

$$\varphi\ (Al,Fs,Pn) = P\ (Al)\ P\ (Fs)\ P\ (Pn)\cdot 400;$$

$$\varphi\ (Al,Fs) = (P\ (Al)\ P\ (Fs) - P\ (Al)\ P\ (Fs)\ P\ (Pn))\cdot 400;$$

$$\varphi\ (Al,Pn) = (P\ (Al)\ P\ (Pn) - P\ (Al)\ P\ (Fs)\ P\ (Pn))\cdot 400;$$

$$\varphi\ (Fs,Pn) = (P\ (Fs)\ P\ (Pn) - P\ (Al)\ P\ (Fs)\ P\ (Pn))\cdot 400;$$

$$\varphi\ (\text{Нет инфекции}) = (1 - P\ (Al))(1 - P\ (Fs))(1 - P\ (Pn))\cdot 400;$$

$$\varphi\ (Al) = (P\ (Al) - P\ (Al)\ P\ (Fs) - P\ (Al)\ P\ (Pn)+P\ (Al)\ P\ (Fs)\ P\ (Pn))\cdot 400;$$

$$\varphi\ (Pn) = (P\ (Pn) - P\ (Al)\ P\ (Pn) - P\ (Fs)\ P\ (Pn)+P\ (Al)\ P\ (Fs)\ P\ (Pn))\cdot 400;$$

$$\varphi\ (Fs) = (P\ (Fs) - P\ (Fs)\ P\ (Pn) - P\ (Al)\ P\ (Fs)+P\ (Al)\ P\ (Fs)\ P\ (Pn))\cdot 400.$$

В полученные равенства надо подставить числа из строки “Учетные f”. Результат записать в строку “Расчетные φ“.

Расчет по формуле (5.2) дает $\chi^2 = 25.89$, что соответствует, при 3 степенях свободы, вероятности гипотезы о независимости заражений менее чем 0.001. Степени свободы исчислены так: всего классов распределения 7 – малочисленный класс тройного заражения объединен с классом Al+Fs. Одну степень свободы занимает общая учетному и расчетному рядам сумма и три – вероятности (точнее, их оценки) P(Al), P(Fs), P(Pn).

Конечно, такие гипотезы не опровергаются на столь скромном материале. Зависимость может быть, например, следствием того, что не все случаи смешанного заражения опознаны вообще, или опознаны неправильно. Проблему надо изучать дальше.

Распределение хи-квадрат типично для следующей ситуации. Дана выборка из нормально распределенной величины X={ξ_i}. Величина

$$\chi^2_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} (\xi_i - \mu\xi)^2 / \sigma^2 , \qquad (5.3)$$

где σ^2 – теоретическая дисперсия, распределена как хи-квадрат с n – 1 степенями свободы, что следует из (5.1). Покажем на нескольких примерах применение равенства (5.3).

Дана выборка коэффициентов корреляции R={r(i)} с числами коррелирующих пар {m(i)}. Известно, что величина

$$z = \ln\sqrt{((1+r)/(1-r))} \qquad (5.4)$$

распределена приблизительно нормально с дисперсией 1/(m – 3). Тогда величина

$$\chi^2_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} (z(i) - z)^2 \cdot (m(i) - 3) \qquad (5.5)$$

распределена как хи-квадрат с n – 1 степенями свободы, что следует из (5.3). Если все m(i)=m, то m – 3 можно вынести за знак суммы как множитель. Непосредственно к коэффициентам корреляции (5.5) не применимо, так как оценка дисперсии коэффициента зависит не только от числа отсчетов, но и от величины самого коэффициента и, следовательно, не теоретическая и даже зависима.

Пример 5.2 (В.Е. Чернов, 1996). Оценивали зависимость между численностью жуков гороховой зерновки и расстоянием точки учета от края поля. Между расстоянием и усредненной для него численностью вычисляли коэффициенты корреляции, которые за 4 года составили: – 0.985, – 0.900, – 0.969, – 0.972. Каждый коэффициент вычислен из 5 пар отсчетов и поэтому не очень надежен, хотя и не мал по абсолютной величине. Возник вопрос об усреднении. $\chi^2(3)$=0.986, что позволяет считать коэффициенты реализациями одной и той же случайной величины R. Здесь возможно усреднение, например, путем объединения центрированных выборок. Процедура особенно полезна, если ряды коротки, не все коэффициенты достоверны, а материал дорог.

Пусть дано n выборок по m(i) отсчетов. В каждой оценивают частоту p(i) проявления некоторого признака. Средняя частота по всем выборкам P. Величина

$$\chi^2_{n-1} = (1/((1-P)\cdot P))\sum_{i} m(i) \cdot (p(i) - P)^2 \qquad (5.6)$$

распределена как хи-квадрат с n – 1 степенями свободы, что следует из (5.3). Если все m(i)=m, то m можно вынести за знак суммы как множитель. Использована асимптотическая нормальность биномиального распределения.

Процедура вошла в ГОСТ 12044-81, ГОСТ Р 50459-92. Ее при меняют при определении зараженности семян болезнями. Пусть исследовано 4 пробы по 100 семян. Если показатели по пробам сильно разнятся, возникает вопрос о некачественности анализа. Если разнообразие по хи-квадрат существенно, то результаты анализа бракуют целиком. Существовала (и существует в других ГОСТ) процедура выбраковки одного отклоняющегося значения и оценки по трем оставшимся. Эта процедура менее эффективна.

Пример 5.3. В двух сериях из 4 проб по 100 семян каждая такие расклады зараженных зерен: 12, 12, 28, 29 и: 10, 16, 24, 30. Размах больше у второго расклада, но браковке по ГОСТ подлежит первый. И верно – два первые и два вторые отсчета, возможно, принадлежат разным совокупностям.

При сравнении оценок путем (5.6) и прямого подсчета возможных раскладов оказалось, что хи-квадрат дает во всех случаях правильное решение.

В случае с биномиальным распределением асимптотической нормальности оказалось достаточно для сохранения мощности хи-квадрат-критерия. Так бывает не всегда. Приведем пример ошибочного, а потом – правильного решения в ситуации, важной для учетной практики.

Пусть величина X=(x(k)) имеет распределение Пуассона с параметром a.
Э. Вебер (Weber, 1961) считает, что величина

$$Q=ns^2/a \tag{5.7}$$

распределена как хи-квадрат с n степенями свободы (см. также Дж. Джефферс, 1981). Это кажется не совсем безосновательным. Числитель правой части равенства есть сумма квадратов центральных отклонений; знаменатель – математическое ожидание, теоретически должное быть равным дисперсии. Асимптотическая нормальность при $a \to \infty$ тоже налицо. Все так.

В практике учетов, однако, пуассоновость тем более вероятна, чем дальше a от бесконечности. Условие асимптотической сходимости не выполняется, а значит, и утверждение Эрны Вебер спорно. Может быть поэтому в последующих изданиях “Grundriss...” мы его уже не встретим.

Критерий равномерности распределения, однако, нужен, и нет причин, почему бы Q не быть этим критерием. Для этого нужен закон распределения Q, или хотя бы параметры – математического ожидания и дисперсия. С математическим ожиданием проблем нет. Поскольку Ms^2=a, MQ=n. Получим дисперсию.

$$DQ = \sum_i ((x(i) - a)^2 / a - 1)^2 .$$

Несложные, хотя и несколько громоздкие выкладки дают:

$$DQ = n\ (2+1/a). \qquad (5.8)$$

Поведение дисперсии критерия Q подтверждает наши предположения. С одной стороны, $DQ \to 2n$ при $a \to \infty$, в полном соответствии с тем, что распределение величины X сходится при этом к нормальному, а распределение Q – к хи-квадрат.

С другой, $DQ \to \infty$ при $a \to \infty$. Какой уж тут хи-квадрат. Очевидно, статистика Q асимптотически нормальна, будучи суммой попарно независимых, одинаково распределенных величин с конечной и притом небольшой дисперсией. Однако, чтобы асимптотическая нормальность не породила новых сюрпризов, надо потребовать хотя бы, чтоб сумма отсчетов по X была не меньше
10 (число объектов во всех пробах).

Отношение разности Q – n к ошибке критерия (корню квадратному из дисперсии) имеет распределение Стьюдента с n – 1 степенями свободы.

Применение критерия Q позволяет обойтись без применения хи-квадрата как критерия согласия (5.2). Последнее неудобно по нескольким причинам. Прежде всего, для критерия согласия нужно много отсчетов, чтобы образовать небольшое число классов распределения. Большое число отсчетов дает мало степеней свободы. Далее, объединение малочисленных классов содержит элемент произвола. И наконец, некоторое значение имеет простота алгоритма.

Упомяну еще для полноты критерий для поверки глазомерных оценок, одно время (Кудрин и др., 1982) тоже ошибочно принятый за хи-квадрат. О нем – в главе Глазомерные оценки.

6. ПРОБЛЕМА МНОЖЕСТВЕННЫХ СРАВНЕНИЙ И ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Не так благотворна истина,
как зловредна ее видимость.

Ф. де Ларошфуко

Пример 6.1. Возьмем 28 случайных чисел, произведенных генератором с математическим ожиданием 600, средним квадратичным отклонением 100 и расположим их в 7 выборок, табл. 6.1.

Для каждой выборки вычислим t-критерий достоверности разности ее средней со всеми остальными – числа в правой половине табл. 6.1, (формулы 3(6), 3(7)). Из всех разностей одна достоверна – между средними 5 и 6; уровень значимости 0.05. Естествен вопрос – откуда достоверное там, где все по определению случайно?

Таблица 6.1

Вычисление достоверностей разностей средних

Отсчеты				Сред-няя	Ошиб-ка	t-критерии для оценки достоверности разности средних					
756	589	557	794	674.0	59.19	0.84	0.94	0.64	1.70	0.26	1.16
679	755	512	415	590.2	77.38		0.21	0.54	0.32	0.83	0.05
659	549	685	539	608.0	37.39			0.60	0.97	1.12	0.37
618	594	694	629	633.7	21.37				2.08	0.74	0.92
560	583	618	495	564.0	25.91					2.66	0.01
624	728	639	639	657.5	23.76						1.35
527	609	499	709	586.0	47.18						

Может быть, мы неудачно взяли числа. Проверим это. Зная теоретическую дисперсию, она здесь равна 10000, с помощью равенства (5.3) вычислим хи-квадрат. Хи-квадрат с 27 степенями свободы равен 21.66. Можно подумать, что так легли числа – большие к большим, малые к малым. Нет и этого – отношение суммы квадратов центральных отклонений ряда средних к теоретической их дисперсии (она равна 2500) по той же формуле (5.3) дает хи-квадрат 3.89 при 6 степенях свободы. То есть выборки и средние из них вполне сохраняют случайный характер.

Происхождение “достоверной” разности объясняется просто. Всего у нас $7 \cdot 6/2=21$ неповторяющаяся разность. Мы задались вероятностью ошибки первого рода $a \leq 0.05$, т.е. реже 1 раза из 20. В среднем в подобной ситуации одна разность из 21 и должна быть “достоверно” большой.

Задание ординарного уровня значимости при множественных сравнениях может реально породить такую ситуацию. Выделилось, скажем, три разности. Одна, как мы знаем, просто в силу случая. Какая именно?

Повидимому, для большого числа сравнений не годятся ординарные уровни значимости нуль-гипотезы. Их можно было бы задать, например, так:

$$\beta = 1 - (1 - \alpha)^{1/n}, \qquad (6.1)$$

где α – обычный уровень значимости.

Для 21 случая $\beta = 0.00243$. Только при таком уровне значимости можно утверждать, что на 20 таких матриц будет в среднем приходиться одна ошибка. В табл. 6.1 нет t-критериев, соответствующих такому уровню значимости, как и должно быть.

Выход с усилением значимости тоже не безупречен. Выделив одну разность как значимую, приходится при обращении к следующей по абсолютной величине разности изменять β с учетом вероятной ошибки при выделении первой разности; то же при обращении к третьей и т.д. Далее, сама вероятность может, и неизвестно как, зависеть от числа сравнений. И наконец, нас могут интересовать свойства совокупности разностей или – вариантов (выборок).

Последнее и есть выход. Не проверять $n(n - 1)/2$ статистических гипотез, при сравнении n вариантов всех со всеми, а сформулировать и проверить одну для всей совокупности.

Собственно, мы так и поступили – убедились с помощью хи-квадрат, что разнообразие средних по выборкам есть дело случая. Для этого пришлось сравнить дисперсию выборок (“факториальную”) со случайной, известной теоретически. Это – прием дисперсионного анализа. Выборки рассматриваются как градации некоторого фактора, влияние которого подлежит оценке и проявляется в превышении факториальной дисперсии над случайной. Правда, теоретическая дисперсия известна в немногих случаях. Один из таких случаев – разного рода частоты, например, встречаемость, см. равенство (5.6).

Пример 6.2. В 4 типа ловушек отлавливали чернотелку Pedinus femoralis L. Списки отсчетов см. табл. 6.2. Во 2 строке один отсчет выбракован.

Таблица 6.2

Однофакторный дисперсионный анализ

Отсчеты ξ_i	Суммы отсчетов $\Sigma\xi_i$	Суммы квадратов отсчетов $\Sigma\xi_i^2$	Суммы квадратов отклонений $\Sigma(\xi_i\text{-}M\xi)^2$
2 10 4 5 2 3 6 2 1 4	39	215	62.9
4 3 3 1 1 6 3 – 3 2	36	214	70.0
4 7 1 0 0 1 6 2 3 0	24	116	58.4
2 3 13 2 0 0 1 5 4 6	36	264	134.4
Всего	135	809	325.7
Источники изменчивости	общие	фактор	случайные
Суммы квадратов отклонений	341.69	15.99	325.70
Степени свободы	38	3	35
Дисперсии	–	5.33	9.31
F-критерий	–	–	0.573

Показатели вычисляют следующим образом. Сперва по каждой строке вычисляют сумму отсчетов и сумму квадратов отсчетов, заносят в соответствующие графы таблицы и суммируют в строке “Всего”. Поскольку

$$\sum(\xi_i - \mu\xi)^2 / N = \sum\xi_i^{\ 2} - (\sum\xi_i)^2 , \qquad (6.2)$$

то общая сумма квадратов (отклонений): 809 – 135^2/39=341.69.

Точно так же считают суммы квадратов по выборкам и заносят в последнюю графу. Итог по ней – случайная сумма квадратов. Ее вычитают из общей – получают факториальную: 341.69 – 325.70=15.99. Суммы квадратов делят на соответствующие им степени свободы – получают дисперсии. Отношение факториальной дисперсии к случайной есть F-критерий.

Смысл этих вычислений таков. Предполагается, что отсчеты суть сумма двух независимых случайных величин – факториальной и случайной компонент. При сложении этих компонент складываются также факториальная и случайная компоненты дисперсии отсчетов, см. формулу (3.5). Примененная процедура разделяет эти компоненты.

Отношение дисперсий F имеет так и называемое F-распределение с m_1 – факториальные и m_2 – случайные степенями свободы. F-распределение при m_1 , $m_2 \to \infty$ асимптотически нормально.

$$MF = m_2/(m_2 - 2);\ m_2 > 2; \qquad (6.3)$$

$$DF = 2m_2^2\,(m_1+m_2-2)/(m_1(m_2-2)^2\,(m_2-4)),\ m_2 > 4. \qquad (6.4)$$

Таблицы F-распределения есть во многих руководствах.

Дисперсионный анализ популярен из-за прстоты модели, а еще больше – из-за простоты вычислительных приемов – требуются лишь четыре действия арифметики. Дальше мы рассмотрим алгоритмы, разлагающие дисперсию на большее число компонент. Теорема об аддитивности дисперсий (3.5) выглядит очевидной, но решение обратной задачи – выделение компонент дисперсии из их суммы – таким же элементарным не кажется.

И действительно, дисперсионный анализ требует прежде всего независимости действия факторов, обеспечивающей аддитивность эффектов и дисперсий. Для того, чтобы отношение дисперсий следовало F-распределению, должны быть исполнены еще два условия. Во-первых, нужна нормальность отсчетов. Во-вторых, равенство различных компонент дисперсии. Прежде чем рассматривать другие схемы дисперсионного анализа, посмотрим, что могут сделать организатор учетов, учетчик и обработчик данных для того, чтобы выводы из дисперсионного анализа удовлетворяли чувству правды. Внимание надо уделить всей технологической цепочке исследования, так как упущение в каком-то одном звене может отчасти или вполне обесценить всю работу.

Дисперсионный анализ не накладывает никаких ограничений на то, что именно считать градациями фактора. Из этого, однако, не следует, что список градаций может состоять из чего попало. Рассмотрим типичный случай. Исследуют по принципу “есть-нет” действие 3 препаратов, например, удобрений N, P, K. Закладывают такие варианты опыта: 1. C= контроль; 2. N; 3. P; 4. K; 5. NPK. К обработчику материала обращаются, когда опыт завершен. В ответ на его претензии к качеству схемы экспериментатор говорит, что в опыте есть все необходимое, а именно, возможность оценить эффекты удобрений, например, таким образом, обозначая одинаково варианты опыта и их результаты:

$$ef(N)=N-C;\ ef(P)=P-C;\ ef(K)=K-C;\ ef(NPK)=NPK-C. \qquad (6.5)$$

Включение вариантов NP, NK и PK ни к чему, так как взаимодействиями можно пренебречь. Прибавление же трех вариантов увеличило бы на 60% затраты на возделывание посева и считывание информации; затраты на удобрения при этом удвоятся.

Доводы же обработчика таковы. Если мы пренебрегаем взаимодействиями, то оценки эффектов лучше получить таким образом из этой же схемы:

$$ef(N) = (2N+NPK-K-P-C)/3; \text{ аналогично P и K.} \qquad (6.6)$$

При этом будут использованы все варианты, а не 2, как в 6.5. Это сделает оценку эффекта более устойчивой. Затем, расширение опыта за счет вариантов NP, NK, PK позволяет еще повысить точность оценок, используя для оценки каждого эффекта все 8 вариантов:

$$ef(N) = (N+NK+NP+NPK-C-K-P-PK)/4, \text{ аналогично P и K.} (6.7)$$

По этому же принципу оценивают эффекты взаимодействий.

И наконец, компоненты дисперсии. В неполной (5-членной) схеме можно разделить дисперсию только на случайную и факториальную, используя алгоритм примера 6.2, но градации какого фактора суть C, N, P, K, NPK? Влияние этого “фактора” может быть по F-критерию достоверно или нет, но и в том, и в другом случае непонятно, что же мы доказали. Такая постановка вопроса имела бы смысл только в случае полного отсутствия хоть каких-нибудь сведений о действии этих элементов.

Между тем, в восьмичленной схеме можно выделить компоненты дисперсии $s^2(N)$, $s^2(P)$, $s^2(K)$, $s^2(NP)$, $s^2(NK)$, $s^2(PK)$, $s^2(NPK)$ и $s^2(0)$ – случайную. Вычислить соответствующие им F-критерии. Увеличение числа компонент уменьшает случайную дисперсию и в конечном счете повышает богатство и точность выводов. Таким образом, стремление к экономии должно направить
не вообще на сокращение затрат (минимум здесь достигается при отказе от опыта), а – к минимизации затрат на выход единицы информации (Bandemer & Bellmann, 1976).

Рассмотрим еще один типичный случай. Изучают действие на вредных насекомых таких препаратов, как гербициды, стимуляторы роста, удобрения внекорневой подкормки (микро- и макро-), обозначим список этих вариантов {V(i)}. Есть также вариант Контроль = C. В качестве “второго контроля” включают какой-нибудь заведомо эффективный яд, например, метафос = M.

Поскольку вариант M резко отличается от всех, то влияние фактора, в список градаций которого включен M, будет достоверно. Если же вариантов V(i) много, а для оценки достоверности разности между ними используют критерий с уровнем значимости 0.05, то какие-то разности окажутся существенными, а препараты лучшими просто в силу случайности, ср. пример 6.1.

Об уровне значимости при множественных попарных сравнениях говорилось при обсуждении примера 6.1. Здесь же совершается и другая ошибка – включаются варианты с заведомо иным уровнем разнообразия. Этим нарушаются условия применимости дисперсионного анализа. Нарушились бы они, и если М включить не в качестве варианта в списке прочих, а как фактор, т.е. если разделить все V(i) пополам – на М+ и М – .

Варианты и факторы, влияние которых на дисперсию резко отличается от других вариантов и факторов, в схемы лучше не включать, ибо это нарушает не только равенство дисперсий, но и независимость действия факторов, на чем основана аддитивность эффектов и дисперсий, то есть дисперсионный анализ в целом. Часто это неизбежно, например, когда сильнодействующий фактор – годы. Но сознательно в схемы надо включать факторы, силы которых одного порядка.

Независимость и равенство дисперсий в сфере влияния учетчика бывают постольку поскольку. Но вот нормальность отсчетов должен обеспечить именно учетчик. Подробнее об этом в главе Планирование учетов, но здесь следует сказать, что в руках учетчика выбор показателя – учетной величины; размера пробы. Иногда приходится увеличивать норму обследования на разность опыта и иметь дело с частичными средними. Это улучшает соответствие отсчетов (в роли которых выступают частичные средние) нормальному распределению, но не всегда. Припомним, что для сходимости сумм к нормальному закону нужна хотя бы попарная независимость отсчетов. Здесь бывает уместна трансформация данных. На нее надо идти с твердым понятием о ее пороках, о чем говорилось выше.

Пример 6.2 (Чернов, 1996). Оценивали в течение 3 лет влияние подкормки кукурузы микроэлементами на поврежденность початков гусеницами стеблевого мотылька.

Мы можем оценить достоверность влияния фактора “подкормки” по каждому году отдельно. Это можно сделать с помощью хи-квадрат по формуле (5.6); результаты в нижней строке таблицы; 5 степеней свободы. Из трех оценок хи-квадрат одна соответствует уровню 0.01, а две не годятся даже для уровня 0.1. Считать наибольший из хи-квадратов случайным выбросом нельзя – в группе из 3 событий вероятность такого события менее 0.03. Пользуясь аддитивностью хи-квадрат, сложим все 3 оценки; $\chi^2_{15} = 28.16$, что соответствует уровню 0.05.

Таблица 6.3

Влияние подкормки микроудобрениями на поврежденность початков кукурузы гусеницами кукурузного мотылька.

Варианты подкормки	1990 г.		1991 г.		1992 г.	
	початков всего	в т.ч. поврежденных	початков всего	в т.ч. поврежденных	початков всего	в т.ч. поврежденных
Контроль	164	21	152	27	170	24
Zn	192	10	188	11	196	14
B	189	13	186	13	192	15
Mn	173	14	171	15	183	18
Mo	175	14	170	17	181	16
Cu	192	17	188	21	191	20
Хи-квадрат	7.46		16.40		6.30	

Результат не удовлетворяет. Как же все-таки обстоит дело в целом? Сказывается, что мы применили прием, подходящий к ситуации с одним фактором, к двухфакторной ситуации. Прибегнем к приему разложения дисперсии на компоненты и применим F-критерий. Предварительно вычислим процент повреждения и проделаем вычисления, (табл. 6.4 и 6.5).

Влияние вариантов оказалось гораздо более существенным, чем показала оценка с помощью хи-квадрат. Имеет смысл проверить, не вызвано ли действие подкормок тем, что в их ряду стоит контроль, явно и постоянно превосходящий другие варианты по поврежденности. Обработка табл. 6.4 с исключением контроля дает для годов F(2,8)=6.31, для вариантов подкормки – F(4.8)=18.44, с теми же уровнями значимости. Таким образом, дисперсионный анализ с разложением дисперсии на компоненты позволяет получить вызывающие доверие результаты даже при небольшом числе степеней свободы (Любищев, 1986). О нормальности здесь можно не беспокоиться – числа в табл. 6.4 суть результаты усреднения большого числа отсчетов (0, 1).

Таблица 6.4

Поврежденность початков, %, по годам и вариантам подкормки.

Варианты подкормок	% повреждения по годам 1990	1991	1992	Сумма отсчетов по вариантам	Сумма квадратов отсчетов по вариантам
Контроль	12.8	17.8	14.1	44.7	679.49
Zn	5.2	5.9	7.1	18.2	112.26
B	6.9	7.0	7.8	21.7	157.45
Mn	8.1	8.8	9.8	26.7	239.09
Mo	8.0	10.0	8.8	26.8	241.44
Cu	8.9	11.2	10.2	30.3	308.69
Сумма	49.9	60.7	57.8	168.4	1738.42

Таблица 6.5

Дисперсионный анализ

Источник рассеяния	Сумма квадратов	Степени свободы	Дис-персия	Ошибка средней	Критерий Фишера	Значи-мость
Строки	141.00	5	28.201	0.438	24.47	>0.01
Столбцы	10.41	2	5.207	0.620	4.52	>0.05
Случайные	11.53	10	1.153	–	–	–
Всего	162.94	17	общая средняя: 9.356			

Примененная схема называется “двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением (измерением (Большев, 1979)) в ячейке”. Учебник Б.А. Доспехова (1979) трактует ее как однофакторную, что вносит путаницу. Вторым фактором в изложенных Б.А.Доспеховым примерах выступает блок (повторность). Его дисперсию вычисляют, от общей дисперсии отнимают, но почему-то не считают за фактор. Между тем, блок есть фактор опыта, к сожалению, довольно-таки часто значимый, чему примеры есть и в учебнике Б.А.Доспехова. Его влияние следует оценивать, как и регулируемого фактора, вычисляя F-критерий. А.А.Любищев (1986) так и поступал.

В то время как однофакторный дисперсионный анализ безразличен к тому, одинаково ли число отсчетов по градациям фактора, многофакторый анализ требует симметричных схем. На случай, если один или несколько отсчетов выпадут, существуют методы восстановления выпавших значений, а также алгоритмы для обработки неравномерных многофакторных комплексов. Те и другие основаны на непроверяемых допущениях. Трудно сказать, что хуже. Иногда вычеркивают всю градацию фактора, в которой выпал один отсчет. Это методически безупречно, но годится только, если не жаль труда. Поэтому при обследовании многофакторных схем не должен пропасть ни один отсчет.

Рассмотрим еще одну схему – трехфакторный дисперсионный анализ с повторениями.

Пример 6.3. В течение двух сроков учета – 1 и 2 экспонировали 3 типа ловушек на 3 участках поля, делая по каждому сочетанию факторов 10 отсчетов-уловов жужелицы Ophonus calceatus Dft., см. табл. 6.6.

Таблица 6.6

Уловы жужелицы Ophonus calceatus Dft. в разные сроки (A), в три типа ловушек (B), на разных участках поля (C)

№	A	B	C	Отсчеты x(i)										Сумма x(i)	Сумма $x^2(i)$	Сумма $(x(i)-a)^2$
1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0.9
2			2	2	1	2	8	2	2	1	2	0	5	25	111	48.5
3			3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0.9
4		2	1	0	0	0	3	0	3	3	0	1	0	10	28	18.0
5			2	1	1	0	0	2	1	5	2	4	0	16	52	26.4
6			3	0	4	3	3	0	2	0	0	0	0	12	38	23.6
7		3	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1.6
8			2	9	5	0	5	3	2	6	14	1	16	61	633	260.9
9			3	2	1	0	1	1	7	0	0	4	0	16	72	46.4
10	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0.9
11			2	1	0	8	2	2	8	0	1	1	11	34	260	144.4
12			3	1	2	0	0	0	0	2	0	0	0	5	9	6.5
13		2	1	3	0	0	5	0	1	5	0	3	1	18	70	37.6
14			2	8	0	12	3	3	8	3	4	4	0	45	331	128.5
15			3	5	4	5	1	3	0	0	1	0	0	19	77	40.9
16		3	1	0	0	1	1	3	0	1	1	0	2	9	17	8.9
17			2	10	12	12	4	23	3	7	10	0	3	84	1100	394.4
18			3	1	0	3	0	1	2	1	1	0	0	9	17	8.9
													Всего	368	2820	1198.2

Вычисления проводят следующим образом. Итог по последней графе таблицы есть случайная сумма квадратов SS(0). Общую SS(G) вычисляют, вычитая из чисел строки “Всего”:

$$SS(G) = 2067.64 = 2820 – 368^2/180.$$

Общая факториальная SS(fc) получается, если из суммы квадратов чисел столбца “сумма x(i)” отнять $368^2/18$ и разность разделить на 10 (число слагаемых в частичных суммах):

$$SS(fc)=869.44=((1^2+25^2+...+84^2+9^2) – 368^2/)/10.$$

Разница общей суммы квадратов и общей факториальной дает случайную сумму квадратов – проверка.

Две частичные суммы по фактору A образуют, складывая частичные суммы столбца “сумма x(i)” с 1 по 9 и с 10 по 18:

$$SS(A)=35.56=((144^2+224^2) – 368^2/2)/90.$$

Три частичные суммы по фактору B образуют, складывая частичные суммы столбца “сумма x(i)” таким образом: 1) NN° 1, 2, 3, 10, 11, 12;
2) 4, 5, 6, 13, 14, 15; 3) 7, 8, 9, 16, 17, 18:

$$SS(B)=108.48=((67^2+120^2+181^2) – 368^2/3)/60.$$

Состав частичных сумм для C: 1) 1, 4, 7, 10, 13, 16; 2) 2, 5, 8, 11, 14, 17;
3) 3, 6, 9, 12, 15, 18. Число слагаемых в суммах – 60.

Состав частичных сумм для AB: 1) 1, 2, 3; 2) 4, 5, 6; 3) 7, 8, 9; 4) 10, 11, 12; 5) 13, 14, 15; 6) 16, 17, 18. Число слагаемых в суммах – 30. Из результата вычесть суммы квадратов SS(A) и SS(B).

Состав частичных сумм для AC: 1) 1, 4, 7; 2) 2, 5, 8; 3) 3, 6, 9; 4) 10, 13, 16; 5) 11, 14, 17; 6) 12, 15, 18. Число слагаемых в суммах – 30. Из результата вычесть суммы квадратов SS(A) и SS(C).

Состав частичных сумм для BC: 1) 1, 10; 2) 2, 11; 3) 3, 12; 4) 4, 13;
5) 5, 14; 6) 6, 15; 7) 7, 16; 8) 8, 17; 9) 9, 18. Число слагаемых в суммах – 20. Из результата вычесть суммы квадратов SS(B) и SS(C).

И наконец,

SS(ABC) = SS(fc) – SS(A) – SS(B) – SS(C) – SS(AB) – SS() – SS(AC) – SS(BC).

Все результаты вычислений см. табл. 6.7. Суммы квадратов далее делят на степени свободы и получают дисперсии (средние квадраты). Факториальные дисперсии делят на случайную – получают F-критерии. Ошибка – корень квадратный из случайной дисперсии, деленной на число слагаемых в соответствующих частичных суммах.

Звездочками отмечены достоверно большие F-критерии, в соответствии с тремя стандартными уровнями значимости, именно: * – 0.05, ** – 0.01, *** – 0.001.

Таблица 6.7

Трехфакторный дисперсионный анализ

Источники разнообразия	Сумма квадратов	Средний квадрат	Ошиб-ка	F-кри-терий	Степени свободы
Срок учета (A)	35.56	35.556	.6081	4.81*	1
Тип ловушки (B)	108.48	54.239	.4965	7.33**	2
Участок (C)	510.14	255.072	.4965	34.49***	2
взаимодействие AB	8.34	4.172	.3511	.56	2
# AC	30.48	15.239	.3511	2.06	2
# BC	166.92	41.731	.2867	5.64**	4
# ABC	9.52	2.381	.8600	.32	4
всего по факторам	869.44	51.144		6.92***	17
случайные	1198.20	7.396			162
общие	2067.64		.2027		179

Рассмотрение результатов анализа позволяет утверждать, что влияние фактора C – участка несомненно существенно. Нет проблем и с теми влияниями, которые несущественны – AB, AC, ABC. Но вот действие факторов A, B и взаимодействия BC требует дополнительного рассмотрения. Дело в том, что у нас совокупность 7 утверждений. В среднем 0.35 из них будут ошибочны, если мы им придадим значимость нуль-гипотезы 0.05. Вероятность хотя бы одного ошибочного утверждения на этом уровне:

$$P = 1 - (1 - \alpha)^7 = 0.302. \qquad (6.8)$$

Достоинства многофакторных схем известны. Они экономичны. С ростом размерности схемы уменьшается случайная дисперсия и растет величина и достоверность F-критериев. Но вместе с тем возрастает число утверждений в схеме, а следовательно, падает достоверность каждого из них. Так, в

4-факторной схеме число одновременно проверяемых гипотез уже $2^4 - 1 = 15$, соответственно меньше доверие к каждой из них. Мы возвращаемся к ситуации, описанной в Примере 6.1.

В нашем случае еще и плохое распределение отсчетов. Нет не только нормальности, но и пуассоновости – почти по всем строкам сумма отсчетов меньше суммы квадратов центральных отклонений (последний столбец табл. 6.5). Прибегнем к логарифмической трансформации данных: $y=\ln(x+1)$. Результаты обра-ботки в табл. 6.8. Трансформированные данные в общем показывают то же самое.

Таблица 6.8

Трехфакторный дисперсионный анализ преобразованных данных

Источники разнообразия	Сумма квадратов	Средний квадрат	Ошиб-ка	F-кри-терий	Степени свободы
Срок учета (A)	2.18	2.177	.1449	5.19*	1
Тип ловушки (B)	7.05	3.523	.1183	8.39**	2
Участок (C)	34.54	17.272	.1183	41.14***	2
взаимодействие AB	.80	.402	.0837	.96	2
# AC	.40	.198	.0837	.47	2
# BC	5.59	1.397	.0683	3.33*	4
# ABC	1.15	.286	.2049	.68	4
всего по факторам	51.70	3.041		7.24***	17
случайные	68.02	.420			162
общие	119.72		.0483		179

Прежде, чем двигаться дальше, заметим, что есть еще одна доступная проверке гипотеза. Ее отражает строчка “всего по факторам” в табл. 6.6, 6.7. Речь идет о том, чтобы рассматривать 18 строк табл. 6.6 как градации одного фактора. Как правило, в этом нет смысла, см. выше пример с 5-членной схемой.

Теперь нам надо решить, что делать с фактором А. Достоверность его действия невелика, да и сомнительна. Схему надо редуцировать до двухфакторной. Если бы влияние фактора было вообще недостоверно, то редукцию схемы можно сделать, объединив выборки: 1 и 10, 2 и 11, ..., 9 и 18. Но поскольку есть основания подозревать зависимость, то лучше выборки почленно сложить в том же порядке. Это тем более можно сделать, что речь идет о двух последовательных экспозициях одних и тех же ловушек. Результат анализа после редукции схемы приведен в табл. 6.9.

Таблица 6.9

Двухфакторный дисперсионный анализ

Статистические параметры	Фактор B	Фактор C	BC	Случайные	Общие
сумма квадратов	216.96	1020.29	333.84	1218.20	2789.29
средний квадрат	108.478	510.144	83.461	15.040	
ошибка	.7080	.7080	1.2264		.4088
F-критерий	**7.21	***33.9	**5.55		
степени свободы	2	2	4	81	89

В общем, нам удалось уменьшить число проверяемых гипотез без больших потерь. Может быть, сразу следовало начать с 2-факторного анализа? Нет. Сперва следовало проверить все гипотезы, доступные проверке, как мы и поступили. Путь редукции схем с недействующими факторами рекомендует А.А. Любищев (1986). Его книга содержит описание различных ловушек, ожидающих исследователя, ставящего факторный опыт и обрабатывающего данные.

Завершая изложение некоторых типичных случаев дисперсионного анализа, следует сказать несколько слов о наименьшей существенной разности – НСР. Прежде всего заметим, что применяют две схемы попарных сравнений.

1) Один из вариантов выделяют как контроль и все остальные сравнивают с ним. Число сравнений n – 1. Этот подход практикует, например, сортоиспытание.

2) Сравнивают все варианты со всеми. Число сравнений $n(n-1)/2$. Имя таким опытам легион. Руководства, трактующие НСР, эту разницу между схемами сравнения полностью игнорируют. Так, Т.Литтл и Ф.Хиллз (1981), описывая сортоиспытание, не упоминают о контроле; т.е. неявно принимают схему сравнения “все со всеми”. Схема сравнения “все с контролем”, однако, дает меньшую вероятность ошибки. Так как существенность реально связана с числом сравнений, то очевидно, какова ценность теперешней практики применения НСР, которая не берет это в расчет.

Именно неразбериха множественных сравнений повлекла разработку дисперсионного анализа, который вывел опытное дело из тупика. Практику применения НСР, точно такую, как сегодня, Р.А.Фишер подверг критике еще в 1935 году (Кендалл и Стьюарт, 1976), предложив выбирать уровень значимости следующим образом:

$$\beta=\alpha/((n\ (n-1)\ /\ 2). \qquad (6.9)$$

Очевидно, для варианта “все с контролем”:

$$\beta=\alpha/(n-1), \qquad (6.10)$$

(6.1) исходит из независимости разностей, которая есть у выборок, составленных из псевдослучайных чисел (Пример 6.1), но которой не надо ожидать в реальных наборах данных. Впрочем, (6.1) всегда служит хорошим приближением.

После Р.А. Фишера проблему множественных сравнений исследовали неоднократно, исходя из разных исходных предположений о свойствах совокупности разностей. Для случая “все со всеми” адекватна процедура К.Р. Габриэла, 1964 (Кендалл и Стьюарт, 1976), при которой подвергают дисперсионному анализу все подмножества схемы с критическим значением F(k – 1, n – k); k – число всех вариантов опыта, n – отсчетов. Эта процедура громоздка; пользуются более ранними, более простыми в применении процедурами Тьюки (Владимирский, 1983) или Дункана (Налимов, 1971, Литтл и Хиллз 1981). Удовлетворительны оценки, ориентирующиеся на уровень значимости Фишера (6.9). Процедура с НСР ординарного уровня значимости (Доспехов, 1979) ошибочна.

Дисперсионный анализ возможен и в бесповторных схемах, о чем следует помнить учетчику, обследующему питомники исходного материала в селекционных программах. Нулевая гипотеза здесь – образцы распределены так же, как стандарт. Отношение дисперсии по делянкам образцов к дисперсии по делянкам стандарта, очевидно, имеет F-распределение с соответствующими степенями свободы (Кудрин, 1981).

Еще одно применение дисперсионного анализа связано не с первичными отсчетами, а со статистическими показателями. Даны коэффициенты регрессии {b(i)}, с числами пар отсчетов m. Надо выяснить, суть ли они реализации одной и той же случайной величины. Применительно к коэффициентам корреляции эту задачу решают с помощью хи-квадрат, см. предыдущую главу. Для коэффициентов регрессии:

$$F(k-1, k(m-2)) = k \cdot \sum_{i=1}^{k}(b_i - \mu b)^2 \,/\, ((k-1)\sum_{i=1}^{k} s^2(b_i)), \qquad (6.11)$$

где $s^2(b) = b^2 (1 – r^2)/(r (m – 2))^2$ – дисперсия коэффициента регрессии.

Таким образом, дисперсионный анализ часто позволяет обойтись без множественного попарного сравнения средних, формулируя вместо множества гипотез одну или несколько о действии фактора (факторов) на признак. Прием разложения дисперсии на компоненты позволяет “очистить” случайную дисперсию от влияния факторов, уменьшить ее и повысить достоверность оценок и выводов.

Дисперсионный анализ предъявляет требования к материалу – нормальность распределения отсчетов, равенство дисперсий и независимость действия факторов. Заботу о выполнении этих требований надо проявить с начала планирования, одновременно избегая ставить на проверку бессмысленные гипотезы. Повышение числа факторов в схеме повышает точность оценки случайной компоненты, а также достоверность выводов. Вместе с тем растет число одновременно проверяемых гипотез, что возвращает нас к ситуации с множеством утверждений. Поэтому, если какой-то фактор в многофакторной схеме достоверно не действует, ее следует редуцировать, при полной независимости объединяя, при слабо выраженной – соответствующим образом суммируя (усредняя) выборки.

Оценка достоверности попарных разностей требует уменьшения задаваемой вероятности ошибки первого рода (значимости нуль-гипотезы), соответствующего числу сравнений. Практика применения НСР, значимость которой задают независимо от числа сравнений, возвращает нас к временам, когда дисперсионный анализ и круг связанных с ним понятий были еще неизвестны.

Дисперсионный анализ применим к бесповторным соответствующим образом организованным схемам, а также к выборкам статистических оценок.

7. МЕРЫ ПАРНОЙ СВЯЗИ

Сложные проблемы всегда имеют простые, легкие для понимания неправильные решения.

А. Блох

Сравнивая две нумерованные выборки одинакового объема, можно заметить, что большим числам в одной из них соответствуют, как правило, большие числа и в другой; а меньшим – меньшие. Бывает и так, что большим числам в первой выборке, как правило, соответствуют меньшие во второй. В наиболее выраженных случаях наблюдается пропорциональная (линейная) зависимость:

$$y = a+bx. \tag{7.1}$$

b называют коэффициентом (линейной) регрессии. Интересны случаи, когда зависимость (7.1) выражена слабо. X={x(i)} и Y={y(i)} – случайные величины; зависимость (7.1) будет выполняться точно лишь с малой вероятностью. Нужно ввести меру связи между X и Y, которой можно было бы сопоставить вероятность нуль-гипотезы – о независимости X и Y.

Пусть X и Y центрированы, т.е. MX=MY=0. В этом случае величина a в (7.1) равна 0. Вспомним, как мы вводили среднее квадратичное отклонение s во 2 главе. Мы представили {x(i)}, i=1, ..., n как точку в n-мерном пространстве, $s\sqrt{n}$ есть расстояние от этой точки до MX. Расположим точно так же точку Y. Если обе точки и центр лежат на одной прямой, то (7.1) выполняется в точности. Если при этом векторы OX и OY (или просто – X и Y) смотрят в одну сторону, то в равенстве (7.1) b>0 – связь положительна. Если точка O лежит между X и Y, то b<0, связь отрицательна. Чаще же всего X, O и Y не лежат на одной прямой, а образуют угол $\pi > \varphi > 0$.

Если $\varphi = \pi/2$, то X и Y независимы, b=0; в остальных случаях зависимость (7.1) выражена в той мере, в какой угол φ = XOY отличается от прямого. Но сам угол как мера связи неудобен в пользовании. В частности, он безразличен к знаку связи. То же самое sin φ. tg, ctg, sec, cosec не годятся потому, что временами обращаются в бесконечность. Остается косинус. Он отрицателен при отрицательной связи, положителен при положительной, равен нулю при независимости, не превышает по абсолютной величине 1. Его называют коэффициентом корреляции, $r = \cos\varphi$ (Хедли, 1966).

Формула для его вычисления:

$$r = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i / n\right) / \sqrt{\left(\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 / n\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2 / n\right)\right)}. \tag{7.2}$$

Числитель выражения (7.2), деленный на (n – 1), называется ковариация, итак,

$$r(x,y) = cov(x,y)/(s(x)\cdot s(y)). \tag{7.3}$$

Заметна связь между коэффициентами корреляции и регрессии – оба минимальны при $\varphi = \pi$, максимальны при $\varphi = 0$, равны нулю при $\varphi = \pi/2$. И действительно, они функционально связаны.

Выберем a и b так, чтобы квадрат расстояния между Y и вычисленными по (7.1) значениями был минимален:

$$W = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)^2 = \min . \qquad (7.4)$$

Условие (7.4), называемое условием наименьших квадратов, или нк-условием, выполняется, если

$$\{\delta W/\delta a = 0;\ \delta W/\delta b = 0. \qquad (7.5)$$

Решение системы уравнений (7.5), называемых нормальными, дает оценки a и b:

$$b = \mathrm{cov}\,(x,y) / s^2\,(x) = r\,(x,y) \cdot s\,(y) / s(x). \qquad (7.6)$$

$$a = MY - b \cdot MX. \qquad (7.7)$$

Коэффициент корреляции есть, таким образом, мера линейной связи между X и Y. Найдем его ошибку.

Из дифференциального исчисления (Лузин, 1960) известно, что если производная функции F(t) есть f(t), то ошибка F(t):

$$s(F(t)) = f(t)\,dt, \qquad (7.8)$$

где $dt \approx \Delta t$. Нормируем X и Y, т.е. поделим {x(i)}, {y(i)} на s(x), s(y), соответственно. Согласно (7.8):

$$s(r) = \sin\varphi\ d\varphi.$$

Так как X, Y нормированы, $d\varphi = dl\,(x,y)$, l – расстояние. Поскольку точки X, Y с ростом n удаляются друг от друга как случайно блуждающие точки, то из попарной независимости пар отсчетов {x(i), y(i)} и {x(j), y(j)}; i, j – любые, следует $l = \sqrt{n}$, $dl/dn = 1/\sqrt{n}$, точнее, $1/\sqrt{(n-2)}$. Окончательно:

$$s(r) = \sqrt{((1-r^2)/(n-2))}. \qquad (7.9)$$

Ошибка коэффициента регрессии:

$$s(b) = b \cdot \sqrt{(1-r^2)} / (r \cdot \sqrt{(n-2)}). \qquad (7.10)$$

Отношения коэффициентов корреляции и регрессии (или их разностей с какими-то теоретическими константами) к их ошибкам имеют t-распределение с n – 2 степенями свободы.

Итак, мы можем указать для пары случайных величин две меры связи: лишенную размерности – коэффициент корреляции и меру, имеющую размерность

[X/Y] – коэффициент линейной регрессии. Вначале обсудим меры связи, лишенные размерности.

Заметим, что при выводе ошибки существенно использована попарная независимость пар отсчетов. Между тем, когда $|r|$ приближается к 1, этой независимости уже нет, особенно при малых n. В этих случаях (да можно и во всех) полезно преобразовать r в z-критерий, см. формулу (5.4). Напомним, что z-статистика распределена приблизительно нормально с дисперсией $s^2(z)=1/(n-3)$, в том числе и в случае $|r|$ близких к 1.

Коэффициент корреляции не зависит от линейных преобразований отсчетов. Можно, то есть, все отсчеты умножить (разделить) на одно и то же число; отнять от них (прибавить к ним) одно и то же число – коэффициент корреляции не изменится. Этим пользуются при подготовке данных к вычислениям.

Величину $D=r^2$ называют коэффициент детерминации. Название это происходит от того, что отношение суммы квадратов отклонений линии регрессии от средней к общей сумме квадратов отклонений (или отношение факториальной дисперсии к общей) в точности равно квадрату коэффициента корреляции. Это верно для X, как и для Y. Сам по себе коэффициент детерминации ничем не плох, но терминология (детерминация = причинная обусловленность) вводит иногда в заблуждение. Прежде всего, недостаточно вычислить какой угодно коэффициент, чтобы судить о причинной обусловленности. Далее, причинно-следственная связь векторна – от причины к следствию. Детерминация же симметрична, если ее оценивать как квадрат коэффициента корреляции. Затем, долю факториальной дисперсии в общей лишь с оговорками можно отождествлять с “процентом обусловленности”.

Влиянию признака на признак лучше сопоставлять коэффициент регрессии, имеющий нужную размерность. Можно предложить и другую меру влияния, основанную на дисперсии. В качестве меры общей изменчивости естественно взять среднее геометрическое из DX, DY. В качестве доли влияния взять ковариацию. Получится коэффициент корреляции. И наконец, рассмотрим независимые величины. Для них Mr=0. Дисперсия, однако, нулю не равна: $Dr=1/(n-2)$, как это следует из (7.9). Но дисперсия коэффициента корреляции в данном случае и есть математическое ожидание коэффициента детерминации. Получается, что независимые величины все же детерминированы; детерминация их тем больше, чем короче выборка. Пользоваться коэффициентом детерминации можно, учитывая вышесказанное.

Вообще простота вычисления коэффициента корреляции породила едва ли не больше ложных выводов, чем верных (Литтл и Хиллз, 1981). Рассмотрим ошибки, связанные с объединением выборок.

Пример 7.1. Даны две выборки по 5 коррелирующих пар:

X 1) 3.3 2.8 3.0 2.4 4.1; 2) 7.0 6.8 7.9 9.5 8.7;

Y 2.0 3.2 4.4 5.5 4.4; 7.6 8.9 5.6 6.1 8.9.

Коэффициенты корреляции по выборкам: – 0.236 и – 0.374. Если объединить выборки в одну, то коэффициент корреляции уже 0.736. Вывод – то, что верно для отдельных выборок, может не годиться для их смеси. Нетрудно дать пример, когда по отдельным выборкам корреляция положительна, а по объединенной – отрицательна.

Реально такая ситуация возникает часто. Зависимость, оцененная на поле, может совсем иначе выглядеть на множестве полей. Так, по пробам в пределах поля наблюдается стойкая отрицательная корреляция между проволочниками и ложнопроволочниками (Чернов, 1996). На совокупности же полей с разным богатством фауны эта отрицательная связь не улавливается.

Если есть необходимость объединить выборки и оценить коэффициент корреляции объединенной выборки так, чтобы это не было лишено смысла, выборки приводят к единому центру. Можно привести к средним первых выборок (MX=3.12, MY=3.90), вторых (7.98, 7.42) или к любой произвольной паре чисел (координатам). Для этого из всех отсчетов приводимых выборок вычитают их старую среднюю и прибавляют новую. Проще всего все выборки нормировать и центрировать.

Точно так же коэффициент корреляции, вычисленный на контрастном примере, может не иметь никакого отношения к совокупности объектов или проб, заданных обычным образом.

Если коэффициент корреляции вычислен из массивов усредненных отсчетов, то он может не иметь отношения к выборкам первичных отсчетов. Вообще коэффициент корреляции репрезентативен (представителен) по отношению к генеральной совокупности, формируемой так же, как и выборки, из которых он вычислен. Упомянем и другие типовые ошибки, предмет которых – коэффициент корреляции, следуя Т.Литтлу и Ф.Хиллзу (1981).

Если зависимость величин нелинейна, то коэффициент корреляции может быть равен нулю, т.е. некоррелированы не значит независимы. Коэффициент корреляции – мера статистической, а не причинной связи так же, как и коэффициент детерминации.

Коэффициент корреляции между частью и целым всегда положителен; в больших выборках – достоверен. Например, X – число зерен на растении гороха, Y – в том числе повреждено гороховой плодожоркой. Такой коэффициент корреляции достоверен, но бессодержателен.

Теперь мы рассмотрим коэффициент корреляции в таблицах 2x2. Не всегда исходные выборки имеют нормальное распределение. Это не препятствует вычислению коэффициента корреляции, но создает трудности с оценкой его достоверности. В одном случае, однако, проблема решена вполне удовлетворительно – если учетная величина принимает значения (0,1), есть-нет. Иногда даже считают разумным учитывать, есть или нет вид в пробе, а плотность его потом вычислять из встречаемости (Киров, 1972; Расиньш & Тауриня, 1982). По оценке А.П.Расиньша, трудозатраты при этом сокращаются более чем в 4 раза. Встречаемость – удобный в обращении показатель.

Поступают и так. У многочисленных объектов встречаемость равна 1 (100%). Любая мера связи в этом случае не определена. Приходится исключать многочисленные виды из матрицы связей (Нешатаев, 1961). Но что за сообщество без доминирующих видов. Поэтому вычисляют псевдовстречаемость, ставя 1, если отсчет не меньше средней численности, и 0, если менее (Пешкова, 1990). Псевдовстречаемость при малой численности сходится к встречаемости. Понятно, почему так поступают. Виды распределены по разному. По разному распределены, следовательно, и меры связи. Между тем, при встречаемости $0.9>p>0.1$ распределение мер связи, о которых речь пойдет ниже, практически не отличается от предсказываемого теорией для $p = 1/2$. Отличия эти, то есть, не таковы, чтобы с ними стоило считаться при обычных нормах обследования.

Такая мера связи, прежде всего – коэффициент корреляции между выборками, состоящими из нулей и единиц – альтернативный коэффициент корреляции. Его можно вычислять по формуле (7.2), но есть более простой способ. Подсчитывают: a – число пар (x=1, y=1), b – число пар (x=1, y=0), c – (x=0, y=1), и d – (x=0, y=0). Эти числа образуют так называемую четырехпольную таблицу, или таблицу 2х2.

Таблица 2х2

	y=1	y=0	
x=1	a	b	a+b
x=0	c	d	c+d
	a+c	b+d	N=a+b+c+d

Формула для вычисления альтернативного коэффициента корреляции:

$$r = (ad - bc) / \sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}\,. \qquad (7.11)$$

При том, что таблица 2х2 симметрична относительно диагонали, а N≥30, ошибку и достоверность для альтернативного коэффициента можно вычислять как для обычного. Но чаще поступают иначе. Считается, что величина Nr^2 распределена как хи-квадрат с 1 степенью свободы (Weber, 1961). Рассмотрим, так ли это. Нам потребуются некоторые свойства таблицы 2х2.

Пример 7.2. В таблице 2х2 заданы краевые суммы: a+b=7, c+d=4, a=c=6, b+d=5. Перечислим все возможные расклады таблицы с этими краевыми суммами:

1) 2 5 2) 3 4 3) 4 3 4) 5 2 5) 6 1
4 0; 3 1; 2 2; 1 3; 0 4.

Каждый следующий расклад получают из предыдущего, отнимая по 1 от b и c и добавляя по 1 же к a и d.

Вероятность выпадения любого из раскладов, как это доказал еще Р.А. Фишер, равна:

$$p=((a+b)!\ (a+c)!\ (b+d)!\ (c+d)!)/(N!\ a!\ b!\ c!\ d!). \qquad (7.12)$$

Возьмем, например, расклад № 3. Он свидетельствует о положительной связи, ad – bc > 0. Сумма вероятностей данного расклада и других с ad – bc > 0, расположенных правее № 3:

$$P = p(3) + p(4) + p(5) \qquad (7.13)$$

называется Фишеровской вероятностью. Это вероятность нулевой гипотезы (о независимости). Она также есть мера связи между X и Y. Для ad – bc < 0 суммируют вероятности раскладов влево от оцениваемого (наблюденного). Метод, основанный на (7.12), (7.13) называется точный метод Фишера (Фишера-Йейтса, Biometrisches Woerterbuch, Bd. 1, 1969).

Нас в данном случае интересует альтернативный коэффициент корреляции. Если верна гипотеза о независимости, то

$$Mr = \sum_i p(i) \cdot r(i) = 0, \qquad (7.14)$$

а дисперсия

$$Dr = \sum_i p(i) \cdot r^2(i). \qquad (7.15)$$

Очевидно, частное

$$(R – Mr)^2/Dr, \qquad (7.16)$$

где R – оцениваемое (наблюденное) значение альтернативного коэффициента корреляции распределено как хи-квадрат; предполагается, следовательно, что Dr=1/N. Но это не так. На самом деле

$$\Sigma p(i)r^2(i) = 1/(N – 1). \qquad (7.17)$$

В этом легко увериться, произведя непосредственный подсчет. Видимо, (7.17) можно строго доказать. Машинный эксперимент дает этот результат во всяком случае. Итак,

$$\chi^2=(N – 1)r^2. \qquad (7.18)$$

Просчитаем теоретическую дисперсию на нашем примере. Заметим, что все вероятности по (7.12) имеют общий множитель

$$A = (a+b)!\ (a+c)!\ (b+d)!\ (c+d)!)\ /\ N! \qquad (7.19)$$

В нашем примере после всех сокращений A = 4! 5! /11. Подставляя в знаменатель (7.12) произведения a! b! c! d! равные последовательно 0! 2! 4! 5!,
1! 3! 3! 4!, 2! 2! 3! 4!, 1! 2! 3! 5!, 0! 1! 4! 6!, получим вероятности, сумма которых равна 1:

$$3/66+20/66+30/66+12/66+1/66 = 1.$$

Убедимся в правильности (7.14), для чего образуем разности B = ad – bc:
– 20, –9, 2, 13, 24. Естественно, если

$$\Sigma p(i)B(i) = 0, \text{ то и } \Sigma p(i)\ r(i) = 0.$$

В нашем примере: $(–20\cdot 3–9\cdot 20+2\cdot 30+13\cdot 12+24\cdot 1)/66=0$.

Теперь образуем сумму $\Sigma p(i)\ r^2(i)$:

$Dr = (400\cdot 3+81\cdot 20+4\cdot 30+169\cdot 12+576\cdot 1)/(4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 11)=5544/55440=1/10$.

Дисперсия равна $1/(N-1)$, как и при любых других значениях краевых сумм, с которыми мы проводили машинный эксперимент.

Таким образом, для таблицы 2x2 можно указать меры связи – альтернативный коэффициент корреляции, хи-квадрат и Фишеровскую вероятность. Последняя не так чувствительна к нарушениям симметрии четырехпольной таблицы, как альтернативный коэффициент корреляции и хи-квадрат. К тому же здесь мы сразу имеем значимость нуль-гипотезы, не затемняя сознание свойствами критериев, через которые мы действуем в других случаях.

Почему же хи-квадрат с одной степенью свободы? Дело в том, что в таблице 2x2 с фиксированными краевыми суммами всего одна степень свободы. Достаточно указать число в одной клетке – остальные вычисляются.

Таблица 2x2 породила большое количество мер связи. Правда, все они относятся к анализу списков видов, вообще таксонов – фаунистическому и флористическому анализу. Таблица 2x2 получает здесь другой смысл.

Пусть даны два списка, относящиеся к сравниваемым генеральным совокупностям – фаунам (флорам). Начнем заполнять таблицу 2x2. Трудно заполнить клетку d – “число видов, не попадающихся в обоих списках”. Эти виды могут быть редки или недоступны примененным методам сбора, или отсутствовать в одной из фаун или в обеих. Конечно, клетка d должна содержать число видов, принадлежащих обеим фаунам, но отсутствующих в обоих списках.

Если речь идет об одной из фаун, а список – результат количественного учета, то оценку общего числа видов, а следовательно, числа видов, не попавших в учет, получить можно (Рябко, 1980). Но даже располагая такими оценками для обоих списков, для клетки d мы будем иметь только предположения. Поэтому, хотя и прилагаются усилия к заполнению клетки d, в основном довольствуются вычислением меры связи из трех остальных клеток – a,b,c.

Надо подчеркнуть принципиальную разницу между таблицами, полученными при учете встречаемости двух видов и заполняемыми из фаунистических списков. В первом случае мы можем предполагать равную вероятность встретить отсчет 1 в любой пробе. Во втором проба есть пункт списка, а они неравноценны. Вероятность попасть в список у многочисленных видов не такова, как у редких. На это несходство обращает внимание Ю.А.Песенко (1982).

Таким образом, мы располагаем лишь тремя клетками из четырех. Поскольку в таблице 2×2 всего одна степень свободы, то отсутствие числа в клетке d вроде бы лишает статистического смысла какие бы то ни было оценки из усеченной таблицы 2×2. Такое заключение, однако, поспешно.

Ограничения на число степеней свободы накладывают краевые суммы. В примере 7.2 даны 3 независимые суммы (любая четвертая вычисляется из трех предыдущих). 3 ограничения на 4 числа оставляют 1 степень свободы. При сравнении списков даны только 2 краевые суммы на 3 числа. Итак, в усеченной (фаунистической) таблице по-прежнему одна степень свободы.

Из этого не следует, конечно, что если нам известны все 4 числа, то мы можем то из них, которое меньше нравится, отбросить вместе с двумя относящимися к нему краевыми суммами и снова будем иметь одну степень свободы. Такая свобода иллюзорна. Критику трансформированного коэффициента Дайса, основанного на такой ошибке, дал В.М.Ефимов (1976).

Проблема наилучшего показателя, вычисляемого из усеченной (фаунистической) таблицы 2х2, не решена. Наиболее употребительные 8 показателей содержит табл. 7.1, взятая из монографии Ю.А.Песенко (1982).

Оценки силы связи из табл. 7.1 суть случайные величины, но еще не пришло время считать их критериями в статистическом смысле – законы их распределения неизвестны. Повидимому надо пока более надеяться на опыт, культуру и интуицию, чем на статистику.

Существуют и еще показатели, вычисляемые из клеток a,b,c, но они сводятся к перечисленным в табл. 7.1. Есть и показатели, использующие клетку d, заполняемую на основе некоторых предположений. Очевидно, их ценность зависит от субъективного доверия к этим предположениям. Есть и меры связи, использующие численности видов в списках. Мы их здесь не рассматриваем, отсылая читателя к монографии Ю.А.Песенко.

Заметим, что переход от многообразных отсчетов к последовательностям нулей и единиц меняет не только натуральный смысл показателя, но иногда и вывод о существенности связи. Особенно это заметно при анализе множеств, например, матриц мер связи, см. следующую главу. Преобразование данных в альтернативные последовательности ставит вопрос о преобразованиях данных применительно к оценкам мер связи. Здесь то же самое, что и в других случаях – происходит замена одной статистической гипотезы другой.

Таблица 7.1

Основные индексы общности (по Ю.А.Песенко, 1982)

Формула	Автор, год	Содержание
I(B)=a/(a+b), b≥c	Braun-Blanket, 1932	Отношение числа общих видов к числу видов в большем списке
I(SzS)=a/(a+c), b≥c	Szimkiewicz, 1926, Simpson, 1943	Отношение числа общих видов к числу видов в меньшем списке
I(CS)=2a/((a+b)+(a+c))	Czekanowsky, 1900, Dice, 1945, Sorensen, 1948	Отношение числа общих видов к среднему арифметическому из числа видов в двух списках
I(K1)=a(1/(a+b)+1/(a+c))/2	Kulczinsky, 1927	Отношение числа общих видов к среднему гармоническому из числа видов в двух списках
$I(OB) = a/\sqrt{((a+b)(a+c))}$	Ochiai, 1957, Barkman, 1958	Отношение числа общих видов к среднему геометрическому из числа видов в двух списках
I(J)=a/(a+b+c)	Jaccard, 1901	Отношение числа общих видов к числу видов в объединенном списке
I(SS)=a/(2(a+b+c)-a)	Sokal, Sneath, 1963	Отношение числа общих видов к сумме числа видов в объединенном списке и числа необщих видов
I(K2)=a/(b+c)	Kulczinsky, 1927	Отношение числа общих видов к сумме числа к числу необщих видов

Таблица 2×2 есть предельный случай корреляционной таблицы m×n; она же – таблица сопряженности признаков. Рассмотрим такую таблицу и некоторые определенные на ней меры связи.

Пример 7.3. В 195 ловушек за два последовательные учета отлавливали жуков Pedinus femoralis L. Материал свели в корреляционную таблицу, табл. 7.2.

Таблица 7.2

Совместное распределение жуков Pedinus femoralis L.
за два последовательные учета. Частные средние
(последняя строка, графа) умножены на 100

I срок x_i		0	1	2	3	4	5	6	9	$\sum m_i$	$\sum m_i x_i$	$M_i X$
	13					1	1			2	9	450
	9						1			1	5	500
Улов жуков	8	1								1	0	0
P. femoralis	7	1	2			2	1			6	15	250
во II сроке	6			1	2					3	8	267
y(i)	5	4	1	1			1			7	8	114
	4	6	8	3	2					19	20	105
	3	9	8	5				1		23	24	104
	2	18	7	4			1			30	20	67
	1	24	13	6		1	1			45	34	76
	0	32	16	6	2			1	1	58	49	84
$\sum n_i$		95	55	26	6	4	6	2	1	195	192	98
$\sum n_i \cdot y_i$		146	102	52	20	28	37	3	0	388		
$100 \cdot M(i)y$		154	185	200	333	700	617	150	0	199		

Смысл чисел в таблице. Например, цифра 6 на пересечении столбца, соответствующего x(i)=2 и y(i)=1 означает, что в 6 ловушках было по 2 жука в первом и 1 – во втором учете. Разумеется, определен коэффициент корреляции; он здесь равен 0.324; он существенно отличается от нуля при уровне значимости $a \le 0.001$. Определен и хи-квадрат. Чтобы вычислить хи-квадрат, клетки таблицы надо объединить, чтобы не было чисел меньше 5. Получится таблица 3х5, с 8 степенями свободы (табл. 7.3).

Таблица 7.3

Таблица исходных данных для вычисления хи-квадрат.
В скобках – вычисленные значения (число ловушек)

Жуки, II учет	Жуки P. 0	femoralis, 1	I учет 2 и более	Суммы по строкам
4 и более	12(19.0)	11(11.0)	16(9.0)	39
3	9(11.2)	8(6.5)	6(5.3)	23

2	18(14.6)	7(8.5)	5(6.9)	30
1	24(21.9)	13(12.7)	8(10.4)	45
0	32(28.3)	16(16.4)	10(13.4)	58
Суммы по столбцам	95	55	45	195

Ожидаемые значения получают, перемножая соответствующие краевые суммы и деля произведение на N=195. Хи-квадрат вычисляют по формуле (5.2). Здесь он равен 13.05; величины можно считать независимыми. Коэффициент корреляции и хи-квадрат приводят к противоречию. Такое бывает. Выше мы говорили, что хи-квадрат как критерий согласия груб. Так, в нашем случае клетки "много жуков в первом и много – во втором учете" при объединении обезличены и потеряли свой вес. Мы можем говорить, что наши величины линейно зависимы. Независимость же, оцененная с помощью хи-квадрат (использовано 8 степеней свободы из 195 пар отсчетов), не много стоит.

Независимость можно оценить с помощью информации. Согласно (2.5) для независимых величин:

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B).$$

Эта ситуация соответствует информации, равной 0 – раз величины независимы, по одной нельзя предсказать другую. В качестве меры информации берут величину:

$$I = P(AB) \cdot \ln (P(AB)/(P(A)P(B))). \qquad (7.19)$$

Информационная статистика по всем клеткам (Прохоров,1979):

$$I = \sum_i \sum_j (\nu_{ij} / \nu) \ln(\nu \cdot \nu_{ij} / (\nu_i \cdot \nu_j)), \qquad (7.20)$$

где ν – общее число отсчетов, ν_{ij} – число в ij-й клетке таблицы, ν_i, ν_j – суммы по i-му столбцу и j-й строке. Оценка информации для пустых клеток, естественно, равна 0.

Заметим, что информация не требует объединения клеток и использует все числа. Но для отдельно взятой пары случайных величин информация не очень удобна как показатель. В общем случае параметры ее распределения неизвестны. Но если дано много однотипных ситуаций, например, матрица связей между видами в ценозе, то можно оценить среднюю и дисперсию. Согласно (7.20) информация есть сумма величин, о которых мы можем предполагать попарную независимость и одинаковое распределение с конечной дисперсией. Следовательно, для информации мы можем ожидать нормальное распределение. В нашем примере информация I = .211832. Она не равна нулю; но много это или мало?

Оценка достоверности информации возможна через информационный коэффициент корреляции:

$$R = \sqrt{(1 - \exp(-2I))}\,. \tag{7.21}$$

В случае двумерного нормального распределения XY информационный коэффициент корреляции по абсолютной величине совпадает с линейным коэффициентом корреляции. Для произвольного распределения, да еще и произвольной же группировки данных распределение информационного коэффициента корреляции неизвестно. Практически это означает, что нижний, 5% уровень значимости не годится. Преимущество же его перед линейным в том, что R=0 тогда и только тогда, когда X,Y независимы. Линейный коэффициент корреляции может быть равен нулю даже при функциональной зависимости X и Y, о чем см. выше. В нашем примере R=0.588. Этого больше, чем достаточно, чтобы отвергнуть гипотезу независимости.

За исключением коэффициента регрессии, все упомянутые меры – три вида коэффициентов корреляции: линейный, альтернативный (из четырехпольной таблицы) и информационный; хи-квадрат и информация симметричны, т.е. связям $X \Rightarrow Y$ и $Y \Rightarrow X$ ставят в соответствие одно и то же число.

Не так обстоит дело с коэффициентом линейной регрессии, выводимым из нк-условия (7.4). Если мы предсказываем Y по X, то, согласно (7.6), коэффициент регрессии b(y/x) = rs(y)/s(x), для предсказания же X по Y: b(x/y) = rs(x)/s(y). Если мы будем изображать эти функции в виде графиков, то получим при $|r|<1$ две разные прямые, пересекающиеся в точке (MX, MY). И дело здесь не выборочном характере оценок. Так и в генеральной совокупности.

Возьмем однозначную функцию y=x. Пусть измерения величин X и Y дадут, вследствие ошибок измерения, двумерное нормальное распределение с параметрами MX = MY = 0, DX = DY = 1, $|r(xy)|<1$. В этом случае b = r. Чем меньше точность измерений, тем меньше график наклонен к оси ординат. Линия регрессии режет эллипс точек рассеяния не вдоль его оси, а косо, в случае r>0 завышая предсказания в левой части и занижая – в правой части эллипса. Предсказания на краю эллипса рассеяния, а тем более за его пределами становятся рискованными.

Таким образом коэффициент линейной регрессии содержит ловушку. Обычно ее представляют в виде опасности экстраполяции. Замечено, что если оценки коэффициентов корреляции, регрессии получены из упорядоченных выборок $x(1) \le x(i) \le x(n)$; $y(1) \le y(i) \le y(n)$; нумерация не совпадает с нумерацией в парах (x,y); а линию регрессии продолжают в область меньших значений, чем x(1), y(1) или больших, чем x(n), y(n), то часто получают весьма смещенные и даже бессмысленные оценки. Т.Литтл и Ф.Хиллз указывают на возможность проявления криволинейности за пределами (x(1), y(1), x(n), y(n)) и советуют провести дополнительные измерения, а не полагаться на экстраполяцию. Эта рекомендация хороша, но полностью неприменима к прогнозированию, которое и есть экстраполяция. Совет подождать до завтра, чтобы узнать, какая будет погода, не всегда приемлем. На самом деле не безупречно нк-условие (7.4), что мы и показали выше.

В случае, если распределение Y нормально, а X распределен равномерно, систематическая ошибка при экстраполяции не так велика, чтобы с нею стоило считаться. Так что прогнозирование временных рядов или описание экспериментов, где {x(i)} заданы через равные промежутки, не содержит неприятных сюрпризов. Это легко проверяется методом Монте-Карло.

Рассмотрим пример, в котором градации X и Y не заданы, а проявились “естественно”; X, Y распределены нормально.

Пример 7.4. В полевом опыте делянки засеяли пшеницей; на “контроле” семена были протравлены; на “варианте” – заражены твердой головней. Среднее поражение “варианта” головней было 48.15%, такова же доля потерянного урожая – вблизи среднего они совпадают с поражением колосьев, % (Калашников, 1959, 1966). Дисперсии DX = DY, r(XY) = 0.76. Здесь $a = MY - MX \cdot b = 11.56$, $b = r$. Получилось уравнение регрессии, с помощью которого более 20 лет вычисляли в нашей стране потери от головни:

$$y = 11.56 + 0.76x . \qquad (7.21)$$

Если поражение x=0, то потери y=11.56%. Но там, где нет поражения, нет по определению ни потерь, ни прибавок. Чтобы не утверждать совсем уж бессмыслицы, к левой части уравнения (7.21) без всякого обоснования приставили ветвь параболы

$$y = 20x - 8x^2, \qquad (7.22)$$

которая будто бы описывает зависимость при пораженности до 1.3%. Но разница между наблюдаемым поражением и вычисляемыми потерями осталась и бросалась в глаза. Вместо того, чтобы рассмотреть адекватность примененного математического аппарата, было решено, что разница между наблюдаемым и вычисляемым объясняется скрытыми потерями, будто бы на порядок превосходящими наблюдаемое поражение.

Эта концепция была с доверчивостью воспринята другими авторами (Степановских, 1969; Каратыгин, 1986). Завышение на порядок потерь от головни было изложено как методика (Чумаков, 1962), вошло в министерские инструкции (Чумаков, Минкевич, Захарова, 1973) и привело к соответствующему перераспределению затрат. Самое печальное – массовое применение такого поистине страшного яда, как гранозан. Так, в Ставропольском крае в виде гранозана, как уже упоминалось, ежегодно рассеивали вместе с семенами около 4 т ртути, и так десятки лет. Практика сплошного протравливания была основана на приближении (аппроксимации) учетных данных ошибочным уравнением регрессии.

Понимание слабостей стандартной линейной регрессии время от времени высказывается. Так, В.С.Смирнов (1977) замечает:

“Мы всюду сталкиваемся с одним и тем же эффектом: угол наклона любой линии регрессии, вычисленной при строгом соблюдении требований статистики, оказывается заниженным. В уравнении недоучтены изменения функции, происходящие с изменением величины, принятой за аргумент. И если попытаться предсказывать на основании полученного уравнения, какими должны быть значения функции для пределов исследованного интервала, то минимальные значения окажутся завышенными, а максимальные – заниженными”. С этим трудно не согласиться. См. также (Kelber, 1975).

Как же следовало поступить? Сам метод наименьших квадратов (МНК), конечно, ни при чем. Нк-условие следовало задать по-другому. Наиболее достоверно в этом опыте то, что в контроле нет ни потерь, ни прибавок, т.е. если $x=0$, то и $y=0$. Тогда $a=0$. Стало быть, уравнение регрессии здесь

$$y = bx. \tag{7.23}$$

Нк-условие:

$$W = \sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i)^2 = \min . \qquad (7.24)$$

Решение соответствующего нормального уравнения дает (Weber, 1961):

$$b = \sum_i x_i y_i \,/ \sum x_i^2 . \qquad (7.25)$$

Дисперсия (квадрат ошибки) коэффициента регрессии:

$$s^2(b) = \sum_i (y_i - bx_i)^2 \,/ \,(\sum_i x_i^2 \cdot (n-1)) . \qquad (7.26)$$

Достоверность отличия коэффициента регрессии от нуля оценивают с помощью t-критерия. Величина

$$t = b \,/\, s\,(b) \qquad (7.27)$$

есть t-критерий Стьюдента с $n - 1$ степенями свободы.

Правда, полученное уравнение регрессии будет занижать потери вдали от точки (0,0). Но это не так важно – реальные потери обычно не превышают немногих процентов. Марстон и др. (Marston & al., 1976) использовали этот вид регрессии для оценки связи между численностью насекомых на сое, учитываемой разными методами. (7.23) оказалась в целом более удачной, чем (7.1). Это понятно, поскольку если численность в натуре равна 0, то отсчеты всеми методами дадут тот же нуль.

Наконец, мы можем минимизировать суммы квадратов отклонений относительно обоих точек – (0,0) и (MX, MY). Для этого надо просто соединить прямой линией эти точки. Уравнение регрессии здесь (7.23), но

$$b = MY/MX, \qquad (7.28)$$

то есть средние потери надо поделить на среднее поражение по делянкам варианта. Ошибка b:

$$s(b) = b\sqrt{DX/(MX \cdot MX) + DY/(MY \cdot MY)} . \qquad (7.29)$$

Она ненамного больше, чем (7.10).

Мы можем заключить, что причина всему – потеря натурального смысла. Правильность вычисления коэффициентов не гарантирует сама по себе соответствие выбранной модели и реальной зависимости, которую она описывает (Винберг, 1980).

Регрессия, при которой образуют средние MY(i) по классам распределения X, а потом соединяют их ломаной или плавной линией, называется регрессия первого рода (Fisz, 1971). Регрессия первого рода обратима, если даны только две пары средних, как в только что разобранном примере 7.4. Вернемся к примеру 7.3. Если нанести на горизонтальную ось точки 0, 1, ... , 9, соответствующие классам распределения улова в I учете, поставить вертикально над ними столбики высотой M(i)y из последней строки табл. 7.1 (условные средние M(i)y/x(i)), соединить их вершины линией, то эта линия, изобразит регрессию первого рода Y по X. Можно построить и регрессию X по Y. Для этого надо по оси абсцисс отложить классы распределения Y: 1, ... , 13; в качестве же ординат взять условные средние из последней графы табл. 7.1.

Регрессия первого рода, не будучи в общем случае симметричной, имеет меру связи, также несимметричную. Это – корреляционное отношение. Формула для его вычисления:

$$K(Y / X) = 1 - \sum_{i}\sum_{j}(y_{ij} - M_i(y)) / \sum_{i,j}(y_{ij} - MY), \qquad (7.30)$$

то есть надо вычислить сумму квадратов случайных отклонений по столбцам табл. 7.1, подобно тому как это сделано в примере 6.2, табл. 5, а затем разделить ее на общую сумму квадратов отклонений. Частное вычесть из единицы. Поскольку эта мера связи несимметрична, то рассматривают еще и K(X/Y). Какого-нибудь простого соотношения, связывающего два корреляционных отношения, нет (Прохоров, 1972).

Регрессия первого рода была бы уместна в примере 7.4 и, возможно, предотвратила бы дорогостоящую ошибку. Но не сама по себе. Примеры ошибочного ее применения см. Кудрин, 1983.

Рассмотренные нами на примере 7.4 линейные регрессии все же не исчерпывают вопрос. Регрессия первого рода единственна только, если даны две точки – вариант и контроль. Нужна линейная регрессия, обратимая (единственная) и для большего числа классов. Это не может быть регрессия первого рода, соединяющая все точки частных средних. Такая регрессия существует. Минимизируют сумму квадратов отклонений одновременно относительно нормированных X и Y. Коэффициент регрессии

$$b = \mathrm{sign}(r) \cdot s(y)/s(x), \qquad (7.31)$$

где sign(r) – знак коэффициента корреляции. Эта мера известна с 1940 г. (Кендалл и Стьюарт, 1973).

Ошибку b из (7.31) можно оценить следующим образом. Если X и Y одной размерности или нормированы, то величина

$$z = \ln |b| \qquad (7.32)$$

распределена с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1/n, n – число степеней свободы. Отсюда ошибка b:

$$s(b) = b(\exp(1/\sqrt{n}) - 1), \tag{7.33}$$

что при $n \to \infty$ соответствует:

$$s(b) = b/\sqrt{n}\,. \tag{7.34}$$

Ошибка оценки (7.31), таким образом, при существенных r несколько больше, чем (7.6).

Нелинейные регрессии мы рассмотрим в следующей главе. Здесь мы только завершим рассмотрение регрессии первого рода, в общем случае нелинейной. Если она соединяет k точек. то удобно взять многочлен k – 1 степени, график которого всегда в точности пройдет через k точек, если его коэффициенты b(i), i=0, ..., k – 1 соответствуют системе уравнений:

$$y(j) = \sum_{i=1}^{k-1} b(i)x^i(j), \tag{7.35}$$

где x(j), y(j) суть координаты точек, через которые проводят сглаживающую кривую. Каждой точке сопоставляют одно уравнение; систему решают относительно b(i).

Таким образом, мы рассмотрели довольно большой набор оценок величин, характеризующих парную связь. Эти величины – меры связи, как мы их здесь называем, различаются в разных отношениях, из которых мы подчеркнем два. Первое – размерность. Коэффициенты линейной регрессии все имеют размерность [y]/[x]. Коэффициенты корреляции, корреляционное отношение, хи-квадрат, информация и Фишеровская вероятность не имеют размерности. Второе, чем различаются рассмотренные меры связи, это их обратимость (симметричность, единственность). Не имеющие размерности меры симметричны все, кроме корреляционного отношения; из коэффициентов линейной регрессии симметричны только (7.28) и (7.31).

Симметричные меры связи легко поставить в соответствие расстоянию – метрике. Коэффициент корреляции, например, сопоставляется углу (длине дуги единичного радиуса на плоскости). Это обстоятельство облегчает пользование упомянутыми мерами при исследовании систем и понимание результатов.

8. КЛАССИФИКАЦИЯ В МАТРИЦАХ МЕР ПОПАРНОЙ СВЯЗИ.

Никакой язык не труден
человеку, если он ему нужен.

О. Генри

При исследовании сообщества растений или животных, размещенных по поверхности, часто возникает задача установления связи между размещениями популяций различных организмов.

Пусть на поверхности размещено n учетных устройств любого типа, в простейшем случае – площадок. От пробы к пробе численность объектов учета (систематических, экологических групп) колеблется. Отсчеты в каждой пробе и вычисляемые из них показатели естественно понимать как статистические оценки. Дело не только в статистической репрезентативности проб и состоятельности оценок, но и в идентичности самого сообщества. Мы хотим знать, суть ли колебания численности и списка объектов от пробы к пробе следствие естественного разнообразия данного сообщества, или же само оно – смесь субъединиц, правильно или нет чередующихся по пробам.

На каждой учитывают m организмов (объектов учета), получая таким образом $m \cdot n$ отсчетов. Для каждого организма вычисляют среднее и какую-либо меру разнообразия, например, ошибку среднего. Для любых последующих оценок остается $m \cdot (n - 2)$ степеней свободы. Между m объектами можно установить $k=m \cdot (m - 2)/2$ попарных неповторяющихся связей. Для простоты положим, что все связи в некотором смысле однотипны, например, линейны. Как изложено в главе 7, вероятность случайного появления такой связи между случайными величинами x и z (вероятность нуль-гипотезы α) можно оценить с помощью выборочного коэффициента корреляции r(xz). Чаще всего разнообразие оценок a упрощают, сравнивая их или прямо коэффициенты корреляции с тремя стандартными уровнями: $\alpha = 0.05$, 0.01, 0.001.

На этом пути есть ограничения, которые обычно игнорируют. Одно из них следует из дискретной природы объекта, другое – из множественности связей, третье – из зависимости мер связи в совокупности, четвертое – из существования в матрицах попарной связи своей логики, которая еще не понята.

Дискретная, точнее – целочисленная природа объекта сказывается следующим образом. Заметим, что одному и тому же закону распределения могут соответствовать разные законы размещения случайной величины по поверхности. Если размещение рассматривать как дискретный случайный процесс (см. следующую главу), то его характеристикой является автокорреляционная функция R(t), t – расстояние между пикетами. Нас сейчас интересует величина R(0), т.е. практически корреляция между отсчетами в пробах, расположенных впритык.

Для непрерывных величин, например, рельефа, R(0)=1. Не то с дискретной величиной. Если для нее мы присвоим R(0)=1, то процесс $\lim R(t)\to 1$, $t\to 0$ даст разрыв первого рода в точке t=0. Встречающиеся в литературе матрицы коэффициентов корреляции дискретных величин – численностей объектов со стоящими по диагонали единицами есть плод недоразумения.

Д.Лоули и А.Максвелл (1967) полагают, что первая задача исследования – отличить матрицу коэффициентов корреляции $R = \{r_{ij}\}$ от единичной матрицы. На деле же попарная независимость, да и независимость в совокупности вовсе не означают, что R идентична единичной матрице прежде всего потому, что случайная матрица имеет существенную дисперсию недиагональных элементов. Кроме того, в реально получаемых r-матрицах диагональные элементы как правило меньше единицы. Получаемые же обычно единицы по диагонали матрицы имели бы смысл лишь в том случае, когда была бы обеспечена идеальная воспроизводимость отсчетов. На самом же деле для оценки r_{ij} не измеряют повторно i-ю величину, а просто берут снова ту же выборку, неявно (и неверно) предполагая полную воспроизводимость отсчетов. Не надо, следовательно, тратить время на оценку отличия реальной матрицы от единичной. Еще не поняты трудности, порождаемые этим обстоятельством. Заметим, что $r(0)<1$ может наблюдаться и у непрерывно размещенных величин как следствие плохой воспроизводимости отсчетов.

Оценим реально возможные величины $r(\varepsilon)$ при $\varepsilon\to 0$. Рассмотрим случай, когда объект (точки) размещен по местности пятнами, а закон его распределения по пробам дискретен. Разделим каждую пробу случайным образом пополам и будем считать, что соседствовать могут любые половинки, происходящие из одного первоначального класса распределения. Подсчитаем коэффициент корреляции между количествами точек на соседствующих участках, пренебрегая парами через границы между первоначальными классами, при числе проб $n\to\infty$. Если, по условию, для x-го первоначального класса $Mx = My = k/2$, $Mxy = Mx \cdot My = k2/4$, $M(x2) = k(k+1)/4$; обозначив для исходного распределения среднюю λ, а дисперсию σ^2, получим:

$$r(\varepsilon) = \sigma^2/(\sigma^2+\lambda). \tag{8.1}$$

Например, для распределения Пуассона $\lambda=\sigma^2$, $p(k)=e - \lambda\cdot\lambda^{\kappa}/k!$,

$$r(\varepsilon)=1/2,\ \varepsilon\to 0. \tag{8.2}$$

Итак, если распределение объекта по пробам следует закону Пуассона, а все особи сосредоточены в скоплениях, то при числе проб $n\to\infty$ оценка корреляции соседств $r(\varepsilon)\to 1/2$ при $\varepsilon\to 0$ и не зависит от средней плотности объекта.

Для часто встречаемого в приложениях отрицательного биномиального распределения $\sigma^2>\lambda$ и

$$1>r(\varepsilon)\geq 1/2. \tag{8.3}$$

Если учитывают встречаемость p, и объект попадается не более чем по одному экземпляру на пробу, то

$$r(\varepsilon) = (1 - p)/(2 - p), \tag{8.4}$$

т.е. $r(\varepsilon) \to 1/2$ при $p\to 0$. При больших плотностях $r(\varepsilon)\to 1$.

Поскольку практически не все объекты расположены в скоплениях, к тому же соседство определено не только внутри скоплений, то и не то что 1, но и 1/2 в качестве оценки r(0) ожидать не приходится. И правда, на практике коэффициент корреляции соседств даже для проб, расположенных впритык, редко превосходит 1/2.

r(0) можно рассматривать как меру воспроизводимости отсчетов. Невысокие, в общем, величины r(0) из (8.1) для рассмотренных распределений вынуждают заключить, что если отсчеты по данному объекту не очень коррелируют сами с собой, то не надо ожидать и больших коэффициентов корреляции между численностями разных объектов. Кажется правдоподобным, что коэффициенты корреляции между объектами X и Z не должны отличаться от коэффициентов воспроизводимости. Приведем соответствующие выкладки.

Пусть оценивается коэффициент корреляции между величинами X и Z. Дан бесконечный ряд объектов одинаковой природы, на каждом из которых определены средние x_i, z_i из m элементарных отсчетов $x_i=\{\xi_{ij}\}$, $z_i=\{\zeta_{ij}\}$; $i=1, ..., \infty$; $j=1, ...,m$; $x_i = \sum_{j=1}^{m}\xi_{ij} / m$, $z_i = \sum_{j=1}^{m}\zeta_{ij} / m$, $Mx_i = M\xi_{ij}$, $Mz_i = M\zeta_{ij}$; обычно на каждом i-м объекте делают два отсчета – ξ_{ij} и ζ_{ij} и между выборками вычисляют коэффициент корреляции:

$$\rho(\xi,\zeta) = (M(\xi_{ij}\ \zeta_{ik}) - M\xi_{ij}\ M\zeta_{ik})/(\sigma(\xi_{ij})\ \sigma(\zeta_{ik})), \qquad (8.5)$$

может быть j=k.

Менее употребительна оценка:

$$r(xz) = (M(x_i z_i) - MxMz)/(\sigma(x)\ \sigma(z)).$$

Эти оценки при независимости отсчетов внутри каждого x_i, z_i сходятся в статистическом смысле. Но если результаты измерений, делаемых на каждом i-м объекте, т.е. отсчеты, не воспроизводятся (независимы), то они и не годятся ни для какой разумной цели.

Практически более интересен случай, когда оценки внутри каждой i-й средней зависимы между собой. Оценим эту зависимость с помощью коэффициентов корреляции:

$$\rho(\xi\xi) = (M(\xi_{ij}\xi_{ik}) - M\xi_{ij}M\xi_{ik})/\sigma^2(\xi),\ j\neq k, \qquad (8.6)$$

$$\rho(\zeta\zeta) = (M(\zeta_{ij}\zeta_{ik}) - M\zeta_{ij}M\zeta_{ik})/\sigma^2(\zeta),\ j\neq k. \qquad (8.7)$$

То есть, на i-м объекте делают m отсчетов ξ_{ij} и m отсчетов ζ_{ik}, $m\geq j$, $k\geq 1$.

Выразим $\rho(xz)$ через $\rho(\xi\zeta)$, $\rho(\xi\xi)$, $\rho(\zeta\zeta)$. Подставим в (8.5):

$$Mxz=(1/m)M\xi_{ij}\zeta_{ij} + ((m-1)/m)M\xi_{ij}\zeta_{ik}=M\xi_{ij}\zeta_{ij},\ j\neq k,$$

$$\sigma^2(\xi) = (1/m)\ \sigma^2(\xi) + ((m-1)/m)\ \rho(\xi\xi)\ \sigma^2(\xi),$$

$$\sigma^2(\zeta) = (1/m)\ \sigma^2(\zeta) + ((m-1)/m)\ \rho(\zeta\zeta)\ \sigma^2(\zeta),$$

откуда $r(xz) = m\rho(\xi\zeta)\ /\ \sqrt{(1+(m-1)\rho(\xi\xi))(1+(m-1)\rho(\zeta\zeta))}$, или, в пределе больших выборок, при $m\to\infty$:

$$\rho(xz) = \rho(\xi\zeta)\ /\ \sqrt{\rho(\xi\xi)\rho(\zeta\zeta)}\ . \qquad (8.8)$$

В частном случае для $\rho(\xi\xi) = \rho(\zeta\zeta)$:

$$\rho(\xi\zeta) \leq \rho(\xi\xi). \qquad (8.9)$$

Попарные коэффициенты корреляции между объектами, следовательно, не больше коэффициентов воспроизводимости (так мы назовем коэффициенты корреляции между повторными измерениями одной и той же величины). При учетах в сообществах, охватывающих одной методикой хотя бы десятки объектов, большая часть ведомостей учета представляет перечень нулей, как известно каждому, кто когда-либо учитывал. При этих обстоятельствах три перечисленные выше случая

(Пуассона, альтернативное, отрицательное бино-миальное распределения) дают верхнюю оценку для r(0), а следовательно, для большинства коэффициентов в матрицах, описывающих связи сообщества, 1/2.

Пример 8.1. Рассмотрим данные Ю.Н.Нешатаева (1964) – матрицу коэффициентов корреляции между встречаемостями 26 видов травянистых растений дубравы по 114 площадкам размером 20 × 20 м. В списке оставлены виды со встречаемостью не меньше 10 и не больше 90 %.

В табл. 8.1 приведены соответствующие коэффициентам корреляции z-критерии z = (ln((1+r)/(1 – r)))/2, см. предыдущую главу. z-критерии удобны для дальнейшего анализа. Менее подходят $\chi_1^2 = (n-1)\, r^2$ (см. гл. 7) или $t \approx r/\sqrt{n}$, так как хи-квадрат игнорирует знак связи, а с 1 степенью свободы вдобавок плохо распределен; $\{t_i\}$ имеют неравные дисперсии. Удобны z-критерии тем, что они распределены примерно нормально с дисперсией $Dz = 1/(n-3)$, в нашем случае $n-3 = 111$.

Наибольший коэффициент r (23, 26) = 0.52; z (23, 26) = 0.58. Как видно, приведенные выше грубые приближения, ограничивающие сверху коэффициент воспроизводимости отсчетов, а следовательно, коэффициенты зависимости объектов друг от друга величиной 1/2, в данном случае близки к реальности. При n = 114 применение z-критерия к коэффициентам между встречаемостями дает те же результаты, что и для нормально распределенных исходных отсчетов. Это легко показать методом Монте-Карло.

Единственное, что стоит принимать во внимание – достоверность связи, в нашем случае – линейной. Но, обращаясь к достоверности, мы сталкиваемся с проблемой, которую порождает множественность попарных сравнений.

Между 26 объектами возможно 325 неповторяющихся сравнений. Всего в матрице 26·(114 – 2)=2912 степеней свободы. На один коэффициент их приходится 8.96 ≈ 9. Для 9 степеней свободы имеют смысл коэффициенты корреляции не меньше 0.76. Таких в табл. 8.1 нет.

Преждевременно, конечно, заключить об отсутствии между объектами каких-либо связей, а в их множестве – каких-либо достоверно существующих структур. Речь идет о невозможности опознавать связи поодиночке.

Таблица 8.1

z-критерии связи между объектами учета

(два знака после точки). N° – номера объектов

N°	14	15	17	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	N°
1	04	01	-18	-32	00	-07	-11	-14	-15	-16	-21	-35	-45	1
2	-12	11	04	-27	-04	-22	-22	-12	-12	-17	-15	-20	-27	2
3	-12	11	00	-18	00	-02	00	07	04	05	-02	-18	00	3
4	-06	18	15	-22	09	-02	-07	-14	05	-20	-15	-14	-14	4
5	-02	-02	09	-20	13	-06	-10	-01	-02	-03	05	17	-18	5
6	-10	08	09	-09	15	09	02	02	04	16	02	-17	-17	6
7	10	11	-04	-14	16	22	-07	-04	01	-11	02	-15	-17	7
8	12	13	05	-08	-03	06	-05	-06	02	-02	-04	-04	-12	8
9	14	23	11	-28	40	-01	00	13	11	05	12	03	-20	9
10	05	-10	-26	-05	-15	-19	-17	-16	-08	-16	-05	-20	-28	10
11	12	-37	26	13	29	01	22	34	39	12	28	-01	11	11
12	-09	20	21	-01	23	10	23	21	18	26	21	12	23	12
13	02	19	08	13	20	12	24	07	15	14	15	18	00	13
		07	-06	14	14	06	-06	07	14	-09	03	17	04	14
			07	-05	24	18	19	08	18	06	14	22	08	15
12	17			06	17	19	14	22	27	12	17	04	24	16
11	02	38			-05	16	09	-08	05	16	02	14	10	17
10	17	-05	01			-22	23	42	34	24	37	29	26	18
9	07	34	34	03			35	33	39	31	32	16	19	19
8	14	12	15	40	09			41	37	43	54	31	41	20
7	16	04	31	35	18	27			43	55	45	45	42	21
6	14	10	17	02	17	01	16			31	46	33	28	22
5	-07	14	18	21	21	24	35	27			48	37	58	23
4	17	07	08	08	15	19	16	39	10			40	40	24
3	23	26	12	05	14	27	18	24	24	8			35	25
2	07	02	12	03	24	24	48	29	34	35	31			
1	11	00	01	17	14	01	14	18	26	26	43	39		
N°	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2		N°

Существуют сотни алгоритмов классификации, из которых самый старый, широко применяемый и вошедший в учебники метод корреляционных плеяд П.В. Терентьева (Шмидт, 1984). Недостатки этого метода присущи большинству других. Суть же его в том, что при некотором фиксированном уровне вероятности нуль-гипотезы, например, $a \leq 0.05$ из матрицы выбирают коэффициенты, удовлетворяющие этому условию, и образуют из них каким-то способом, их несколько, структуру.

Ситуация с множественными сравнениями аналогична уже рассмотренной в гл. 6. В данном случае уровень вероятности для каждой связи следует выбрать, например, с помощью равенства 6.1. В нашем случае
$a \leq 0.000156$. Из коэффициентов или их z-критериев, выделяющихся на этом уровне из нашей матрицы, никакой структуры не построишь.

Притом надо иметь в виду, что проверяемая гипотеза здесь не независимость ($z = 0$), а равномерная зависимость, т.е. что z-критерии в таблице суть реализации одной и той же случайной величины Z, распределенной с математическим ожиданием $Mz = (1/2) \ln((1 + \rho)/(1 - \rho)) + \rho/(2(\nu - 2))$, не обязательно равным нулю, и дисперсией $Dz = 1/(n - 3)$.

Неадекватен метод плеяд и потому, что он выделяет структуры там, где их нет по определению, например, в “сообществах”, образованных из псевдослучайных чисел (Кудрин, Ефимов, Козлов, 1976). Полезно вспомнить далее критику А.А.Любищева (1969), указавшего, что между наибольшими по абсолютной величине не вошедшими и наименьшими вошедшими в плеяду коэффициентами разница несущественна.

Заметим, что экологи старой нематематизированной школы хорошо понимали бесплодность выдергивания отдельных, тем или иным образом бросающихся в глаза связей. Значимость биоценоза в его совместности (Gesamtheit) – утверждает К.Фридерикс (Friederichs, 1926 – 1927), с чем приходится согласиться.

Важно, однако, другое свойство, объединяющее метод плеяд практически со всеми применяемыми методами классификации. Это – стремление выделить группу зависимых признаков. При этом считают, что чем теснее зависимость, тем группа характернее, а это хорошо.

Идентичность сообщества – в его систематическом, например, видовом составе (списке видов). Опознать сообщество бывает можно по характерным видам. Трудность заключена в понимании термина “характерно”. Ввести меру характерности некоторого вида для данного сообщества можно, только определив сам объект (сообщество). Поскольку сообщество мы хотим определять по характерным видам, возникает порочный круг в понятиях. Чтобы его избежать, надо ввести понятие характерности как следствие списка видов, полученного в учете. Так, применительно к оценке конкурентной способности (вредоносности) сообщества сорняков характерен вид, стоящий первым в списке по фитомассе (Кудрин, Коломийцев, 1986). Характерность вида для данного списка можно основать на информации о других видах списка, которая содержится в учетных данных. Считают характерным вид, состоящий в свите (плеяде, дендрите и т.п.) зависимых друг от друга видов. Другой вид из этой же свиты может быть столь же характерным. Будут ли одновременно характерны оба? Например, если из множества попарных зависимостей одна достоверно выделяется как взаимно однозначная, то любой вид этой пары характеризует другой (характерен для пары). Но если один характерен, то информация о другом избыточна. Одновременно бывают характерны лишь взаимно независимые виды. Информационная ценность системы независимых показателей для описания любого многопризнакового объекта общеизвестна. В фитоценологии, однако, методы классификации чаще направлены на выделение зависимых между собой комплексов видов (Миркин, Розенберг, Наумова, 1989).

Может быть, следует говорить не о недостатках методического вооружения, а о предубеждении, побуждающем отыскивать смысл в системах взаимозависимых признаков (Выханду, 1964; Миркин, 1976). Теоретики правильно решают проблему поиска и выделения групп взаимозависимых признаков. Но правильно ли поставлена сама проблема?

Итак, речь может идти о системе независимых количественных характеристик (признаков). Известна постановка вопроса в факторном анализе (Weber, 1974). Там речь идет о том, чтобы описать n-признаковую систему, заданную
n-мерным вектором $\boldsymbol{x}$ средних численностей и матрицей коэффициентов корреляции $\boldsymbol{R}=\{\boldsymbol{r}_{ij}\}$ с помощью m компонент $\boldsymbol{y}_i$, m<n, $\boldsymbol{y}_i=\boldsymbol{a}_i\cdot\boldsymbol{x}$. Считается, что основная трудность факторного анализа в смысловой интерпретации полученных компонент. Это не все. Факторный анализ не получает распространения потому, что для вычисления $\{\boldsymbol{y}_i\}$ все равно нужны все первичные отсчеты. С помощью факторного анализа сэкономить на измерениях невозможно.

Возвратимся к идее выделения в сообществе характерных групп видов. Будем подразумевать, что группа видов описана так же, как и сообщество; в частности, с помощью матрицы мер попарной зависимости (попарной связи). Например, матрицы коэффициентов корреляции. То есть, определяя группу видов, мы определим и присущую ей матрицу мер связи. Выше показано, что поиск характерной и включающей бы вместе с тем наиболее сильные связи группы исходит из противоречия в понятиях. Состав групп зависит от идеи, на которой основан алгоритм выделения.

Предъявим к последнему следующие требования:

1. Он не должен исходить из выделения связей поодиночке. Рациональность этого требования следует уже из того, что с ростом размерности матрицы число подлежащих перебору вариантов классификации может стать необозримым даже для машины. Кроме того, как отмечено выше, выделение связей поодиночке требует чрезвычайно малых вероятностей нуль-гипотезы.

2. Алгоритм должен быть “статистическим”, т.е. чтобы каждому утверждению, полученному с его помощью, можно было сопоставить вероятность нуль-гипотезы α. Прежде всего, должно проверить нулевую гипотезу относительно всей матрицы мер связи. Как сказано выше, нулевая гипотеза здесь очевидно состоит в том, что все z-критерии в таблице суть реализации одной
и той же случайной величины Z, распределенной с математическим ожиданием $Mz=(1/2)\ln((1+r)/(1-r))+r/(2(n-2))$, не обязательно равным нулю, и дисперсией $Dz=1/(n-3)$. Проверяют ее, вычисляя хи-квадрат с помощью равенства 5.5.

Трудность здесь в том, что желательно рассматривать z-критерии из матрицы как выборку независимых отсчетов, в то время как даже при попарной независимости всех элементов матрицы они обязательно зависимы в совокупности. Вызвано это тем, что при вычислении элементов i-й строки (столбца) z_{i1}, z_{i2} , ..., z_{im} используют одну и ту же i-ю выборку отсчетов.

Довольно ли попарной независимости, чтобы имело место (5.5)? Проверка методом Монте-Карло показывает, что в нашем случае при длине ряда 114,
(5.5) нарушается не слишком, т.е. здесь пользование критерием хи-квадрат допустимо. Не так для коротких выборок – там критерий (5.5) имеет хорошее приближение по матожиданию, но существенно большую дисперсию. Множество критериев табл.8.1 условию (5.5) не удовлетворяет: $\chi^2=1199.5$ при $\bar{z}=0.094\pm0.010$. Следовательно, можно утверждать о существенной неоднородности множества связей и перспективности поисков структуры в этом
множестве.

Дальнейший путь очевиден – выделяют совокупности признаков такие, что

$$\chi^2(Z)<\chi^2(\alpha)\,. \qquad (8.10)$$

Это можно сделать несколькими способами. Будем называть наборы признаков,

z- и r-матрицы которых отвечают условию (8.10), равномерно попарно зависимыми, или фонами, а сами z- и r-матрицы – случайными матрицами, или матрицами фонов. Термин “комплекс” занят (“коадаптивный комплекс”, Длусский, 1981).

Разумеется, внутри фона бессмысленно отыскивать какие бы то ни было структуры. Попарная независимость – частный случай равномерной попарной зависимости, с $\mu z=0$. Отметим еще раз, что сказанное без труда обобщается на матрицы любых мер попарной связи. Минуя поэтому техническую сторону, рассмотрим некоторые трудности при понимании результатов.

Изрядную трудность для интерпретации создает нарушение в r- и

z-матрицах обычной логики. Рассмотрим пример.

Пример 8.2. Пусть даны три признака: a, b, c. Обозначим утверждение “a возрастает” A, аналогично определим B, C. В согласии с обычно придаваемым коэффициенту корреляции смыслом определим эквивалентность:

$$(r(a,b)>0)\Leftrightarrow(((A\supset B)\wedge(B\supset A))\wedge((\urcorner A\supset \urcorner B)\wedge(\urcorner B\supset \urcorner A))),$$

или короче:

$$(r(a,b)>0)\Leftrightarrow(A\Leftrightarrow B). \qquad (8.11)$$

Реальны ситуации, когда эквивалентность (8.11) нетранзитивна:

$$(((A\Leftrightarrow B)\supset(A\Leftrightarrow C))\wedge(B\Leftrightarrow \urcorner C)) \qquad (8.12)$$

и:

$$(((A\Leftrightarrow \urcorner B)\supset(A\Leftrightarrow \urcorner C))\wedge(B\Leftrightarrow \urcorner C)). \qquad (8.13)$$

Ситуация (8.13) противоречит также аксиоме 10 теории L (Колмогоров, Драгалин, 1982), заключающей логический закон двойного отрицания.

Построим пример ситуации (8.12). Пусть выборки по признакам a, b, c: $\{a_i\}=(1, 2, 3, 4, 5, 6)$; $\{b_i\}=(3, 1, 3, 2, 4, 3.4043)$; $\{c_i\}=(0.4932, 14.9004, 6.9072, 15.7143, 7.7210, 14.2638)$. Коэффициенты корреляции: $r(a,b)=r(a,c)=1/2$; $r(b,c)=-1/2$, что соответствует (8.12). Получить ситуацию (8.13) просто – достаточно расположить в обратном порядке элементы вектора $\{a_i\}$.

$$R=\begin{bmatrix}1/2 & 1/2\\ & -1/2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1/2 & -1/2\\ & 1/2\end{bmatrix}$$

соответствуют положению n-мерных векторов $\{a_i\}$, $\{b_i\}$, $\{c_i\}$ после центрирования в одной двумерной плоскости с началом координат. Можно построить пример с как угодно длинными выборками. Разумеется, если найдется $|r_{ij}|<1/2$, то ситуация перестает быть детерминированной, как в нашем примере, а становится такой, как и в реальных матрицах.

Нетранзитивность r-утверждений важна практически. Враг врага и друг друга может быть как другом, так и врагом; чаще же его отношение не определено. Отсюда следует, что мало пользы от попыток извлечь из матрицы попарных связей сведения о связях, опосредованных через один или более объектов. Опосредованные связи, несомненно, существуют, но для их обнаружения и оценивания надо поискать другой путь.

Вернемся к примеру 8.1 и укажем способ выделения структур в матрице. Поступим так. Вычеркнем вид (столбец и строку), для которого сумма по (5.5) максимальна, проверим, выполняется ли условие (8.10); если нет, повторим операцию. (8.10) выполняется для следующего списка видов (номера видов как в табл. 8.1):

6. Stellaria holostea	13. Glechoma hirsuta
7. Campanula trachelium	14. Urtica dioica
8. Viola suavis	15. Dactylis glomerata
9. Viola mirabilis	16. Carex spicata
10. Vicia sepium	19. Campanula rapunculoides

при χ^2=38.94 при 44 степенях свободы. $\bar{z}$=0.108±0.013. Эти виды достоверно равномерно связаны. Дальше из этого списка выделять нечего. Из выбракованных нашей процедурой видов точно таким же образом построим еще три структуры, удовлетворяющие (8.10), а именно II:

1. Aegopodium podagraria	3. Carex pilosa
2. Asarum europeum	4. Pulmonaria obscura
	5. Asperula odorata

и III:

18. Geum urbanum	23. Astragalus glycyphyllus
20. Lysimachia nummularia	24. Veronica chamaedris
21. Hypericum perforatum	25. Torilis japonica
22. Poa nemoralis	26. Fragaria vesca,

а также группу попарно и в целом независимых друг от друга видов IV:

10. Polygonatum multiflorum	11. Scrophularia nodosa

17. Viola hirta

Перенос вида из списка в список нарушает условие (8.10). Все 4 списка суть фоны, как мы их определили выше. Можно также вычислить критерий связи $\bar{z}$ и характеристику однородности массива связей χ^2 для совокупностей связей между фонами: I – II, ..., III – IV. Эти характеристики см. в табл. 8.2. Понятно, что внутрифоновые оценки суть характеристики связи I – I, ..., IV – IV. Величины $\bar{z}$ и $s(\bar{z})$ умножены на 1000 и округлены до 1.

Таблица 8.2

Критерии связи $\bar{z}$, их ошибки $s(\bar{z})$, критерии равномерности групп связи и фонов χ^2, числа связей в группах и фонах k

Фоны	Оценки		Фоны I		Фоны II		Фоны III		Фоны IV	
I	$\bar{z}$,	$s(\bar{z})$	108	13	107	21	101	15	52	36
	χ^2,	k	38.9	45	117.6	50	165.4	80	128.7	30
II	$\bar{z}$,	$s(\bar{z})$			306	30	-98	22	27	43
	χ^2,	k			9.1	10	85.0	40	43.7	15
III	$\bar{z}$,	$s(\bar{z})$					361	19	45	37
	χ^2,	k					30.7	28	84.6	24
IV	$\bar{z}$,	$s(\bar{z})$							30	44
	χ^2,	k							1.3	3

По данным табл. 8.2 связи между группами не удовлетворяют (8.10). Дальнейшее расчленение матриц межгрупповых связей технически выполнимо, но надо подумать, есть ли в нем смысл. Чем больше утверждений, тем меньше доверия каждому из них.

Скажем два слова о натуральном смысле полученных фонов. II составляет ядро выделяемой Ю.Н. Нешатаевым “неморальной”; III – “бетулярной” группы видов. Подход, ориентирующийся на отдельные сильные связи, не способен выделить фоновую группу I. Но ее легко обнаружить в любом не очень истоптанном лиственном или смешанном лесу. 5 видов из I известны как сорняки (Келлер, ред., 1935) и придают фону I рудеральный акцент. Именно на этом фоне проявляется своеобразие остальных.

Рассмотрение результатов проделанного анализа порождает некоторые вопросы. Основной – о натуральном смысле полученных объектов – фонов мы рассмотрим в конце главы. Обратимся пока к другим неясностям. Все виды вошли в фоны. Из четырех фонов три состоят из сильно положительно связанных видов. Уровни связи между объектами во всех фонах достоверно различаются. Правила ли это? Рассмотрим еще один пример.

Пример 8.3. В конце апреля 1991 года в посеве озимого ячменя были учтены сорняки на 268 площадках по 1/4 м^2 (Кудрин, 1993). Расположение проб – по принципу плотнейшей упаковки (Кудрин и Завалишин, 1973), с шагом сети 60 м. Список сорняков, псевдовстречаемость которых по пробам больше 0.1; и их статистические характеристики см. табл. 8.3

Таблица 8.3

Статистические характеристики 13 видов сорняков

Вид	Среднее число стеблей на 1/4 м^2	Ошибка средней	Псевдовстре-чаемость
1. Фиалка полевая	3.705	0.281	0.425
2. Гулявник Лезеля	2.116	0.160	0.302
3. Вероника пашенная	1.974	0.144	0.489
4. Песчанка тимьянолистная	3.276	0.194	0.392
5. Ярутка полевая	2.672	0.216	0.396
6. Пастушья сумка	1.601	0.290	0.261
7. Мышей сизый	0.731	0.139	0.168
8. Амброзия полыннолистная	1.407	0.198	0.254
9. Гречишка вьюнковая	0.231	0.048	0.123
10. Яснотка стеблеобъемлющая	1.056	0.104	0.272
11. Марь белая	0.396	0.070	0.157
12. Осот розовый	0.254	0.047	0.146
13. Дымянка Шлейхера	0.228	0.052	0.134

Псевдовстречаемость – величина, вычисляемая следующим образом. Из отсчета на площадке вычитают среднюю и присваивают данной точке, если разность неотрицательна, 1; в противном случае – 0. Частоту единиц мы и назовем псевдовстречаемость. Встречаемость (доля непустых проб) неудобна тем, что исключает из рассмотрения многочисленные виды, как это и произошло с данными Ю.Н.Нешатаева. Обозначим псевдовстречаемость P. Ее можно так же, как и встречаемость, использовать для вычисления коэффициента корреляции. В данном случае большое число площадок (268) позволяет использовать для оценки достоверности коэффициентов z-критерий. Матрица коэффициентов корреляции (три цифры после запятой) приведена в табл. 8.4.

Таблица 8.4.

Матрица коэффициентов корреляции между псевдовстречаемостями 13 видов сорняков

Виды	6	7	8	9	10	11	12	13	Виды
1	141	-144	-189	-093	-035	-163	-098	-118	1
2	145	-100	-104	-148	035	-105	-133	-188	2
3	081	-100	099	-071	156	-011	062	009	3
4	080	-033	006	-068	-079	-031	-049	-159	4
5	110	-098	-086	-071	071	-118	-161	-229	5
		-199	-171	-145	-059	-139	-149	-159	6
			220	196	017	191	041	116	7
				121	028	102	197	223	8
4	179				-051	-037	103	085	9
3	-012	056				036	033	005	10
2	215	171	104				026	071	11
1	153	113	034	075				241	12
Виды	5	4	3	2					Виды

Прежде всего, обратим внимание на то, что даже самым большим коэффициентам здесь далеко до 1/2. И не удивительно. Одна из целей технологии – нивелировать посев хотя бы настолько, чтобы его пестрота не мешала одновременному выполнению технологических операций. Статистически обнаружимой пестроты (“структуры”) может и не оказаться вовсе.

Средняя величина коэффициента 0.007. Но о попарной независимости объектов учета можно говорить только в среднем. В матрице существенна неоднородность. При 78 коэффициентах хи-квадрат равен 316.3 (математическое ожидание 77).

Применим поэтому алгоритм выделения фонов, описанный
выше. Выделяются такие группы признаков:

$$
\begin{array}{c}
A \\
\begin{array}{c|cc}
 & 4 & 7 \\
\hline
3 & 056 & -100 \\
4 & & -033
\end{array}
\end{array},
\quad
\begin{array}{c}
B \\
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 9 & 10 & 2 \\
\hline
11 & -165 & -037 & 036 & -105 \\
1 & & -093 & -035 & 075 \\
9 & & & -051 & -149 \\
10 & & & & 035
\end{array}
\end{array},
\quad
\begin{array}{c}
C \\
\begin{array}{c|cccc}
 & 8 & 5 & 13 & 12 \\
\hline
6 & -171 & 110 & -159 & -149 \\
8 & & -086 & 223 & 197 \\
5 & & & -229 & -161 \\
13 & & & & 241
\end{array}
\end{array}.
$$

Все три суть группы в среднем независимых признаков – средние величины z-критериев: – 0.0257, – 0.0488 и – 0.0183. Но только две первые суть фоны. Их хи-квадраты – 3.26 и 15.50. Последняя не есть фон – ее хи-квадрат 86.60 при математическом ожидании $10 \pm 2\sqrt{5}$. Ее признаки, следовательно, достоверно зависимы, хотя характер этой совокупности попарных связей не определишь одним словом. Любопытно, что в подматрице С находятся как наибольший, так и наименьший коэффициенты из исходной матрицы. Так что вполне реальна ситуация нескольких фонов с одним уровнем связи.

Таким образом, диагональные элементы матрицы ***R*** суть фоны А, В и признаки (виды) из матрицы С. В каком-то смысле фоны оказались аналогами видов. Эта аналогия глубже, чем кажется на первый взгляд. Пусть мы располагаем впритык на каждом пикете n проб и учитываем в них всего один вид. Если построить матрицу коэффициентов корреляции, взяв номера проб 1, ..., n как имена признаков, то, очевидно, мы получим совокупность равномерно связанных признаков, по введенной здесь терминологии – фон.

Если придавать понятию экониши обычный смысл (экониша вида), то логично говорить и об эконише фона и признать фоны такой же конкурентной единицей, как и виды. В обследуемом посеве фон А образовали виды нижнего яруса, практически не конкурирующие с ячменем. Труднее определить общее свойство для видов фона В, хотя видно, что набор С в целом “сильнее” как сорняки. Построить непротиворечивую в рамках обычной логики систему попарных связей здесь едва ли возможно.

Логика недиагональных элементов матрицы $\boldsymbol{R}$ еще труднее для понимания. Так, матрица связей AC:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 9 & 10 \\ \hline 3 & 034 & 105 & -071 & 158 \\ 4 & 114 & 173 & -068 & -079 \\ 7 & -145 & -101 & 198 & 017 \end{array}$$

неоднородна; ее хи-квадрат 55.23 при матожидании $15\pm\sqrt{30}$). Однако расчленить ее на однородные подматрицы, большие одного элемента, не удается. Среднее значение коэффициента из AC равно 0.0223, т.е. “в среднем” A и C независимы. В настоящее время единственной характеристикой множества связей остаются критерии, основанные на их дисперсии, например, хи-квадрат.

Однако, между фонами и видами есть, или вернее, может существовать обнаружимая статистически разница. В описанном выше учете выборки разных номеров, относящиеся к одному виду, должны давать равномерно связанную группу, какую бы меру связи мы ни выбрали. Устойчивость фонов к перемене меры связи проверить легко. Возьмем обычный коэффициент линейной корреляции. Он разбивает список табл. 8.3 следующим образом:

$$\overset{\text{A}}{\begin{array}{c|ccc} & 3 & 6 & 7 \\ \hline 1 & 045 & 040 & -112 \\ 3 & & -034 & -025 \\ 6 & & & -094 \end{array}},\quad \overset{\text{B}}{\begin{array}{c|ccccc} & 4 & 11 & 12 & 10 & 2 \\ \hline 9 & -.080 & -.051 & -004 & -045 & -135 \\ 4 & & -.018 & -038 & -064 & 116 \\ 11 & & & -041 & -032 & -075 \\ 12 & & & & -039 & -086 \\ 10 & & & & & 077 \end{array}},\quad \overset{\text{C}}{\begin{array}{c|cc} & 8 & 13 \\ \hline 5 & -111 & -112 \\ 8 & & 122 \end{array}},$$

Группа C и здесь не есть фон. При переходе к другой мере связи она “отдала” два вида в фоны: пастушью сумку в фон A, осот розовый – в фон B. Ядро ее сохранилось, как и общий характер “сильных” сорняков. Физиономия фонов A и B изменилась существенно, хотя и для них можно указать виды “ядра”. Для A это 3 и 7, для B – 2, 9, 10, 11. Фоны, выделяемые из сообщества сорных растений, оказались неустойчивы к перемене критерия связи и не могут претендовать на тот же статус в конкуренции, что и виды. Они менее определенны. Уровень связи A и B и в этом случае неотличим от нуля. Поучительно здесь то, что преобразование данных в шкалу (0,1) сильно меняет смысл результатов.

Таким образом, мы увидели, что невозможность опознавать связи поодиночке и строить из них структуры-графы следует не только из нехватки степеней свободы, но и из логики совокупностей стохастических связей, в которой отсутствует транзитивность и не имеет силы закон двойного отрицания. В этом случае естественно перейти к поиску сразу целых подмножеств множества связей, одинаковых в некотором отношении. Мы остановились на подматрицах матрицы связей, внутри которых бессмысленно отыскивать какие-либо структуры и которым соответствуют списки равномерно связанных, в частном случае независимых объектов – фоны.

Сообщество, как выяснилось, обладает структурой, элементы которой суть виды или иные систематически определяемые объекты, а также фоны. Переход от матрицы связей между видами к матрице связей между видами и фонами сокращает число подлежащих обозрению связей и облегчает интерпретацию. Фон в общем случае не идентичен виду как конкурирующая единица. От него по меньшей мере требуется то, чем обладает вид – равномерная связанность при любых мерах связи.

Сильные связи могут быть внутри и вне фонов. В первом случае фоны легче поддаются определению и опознанию с традиционой точки зрения.

9. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ (НЕЛИНЕЙНЫЕ) ЗАВИСИМОСТИ

Кривое не может сделаться прямым,
и чего нет, того нельзя считать.

Екклезиаст

Переменим обозначения в формуле (7.1) следующим образом:

$$y = a + a_i x_i. \qquad (9.1)$$

Индекс у переменной и коэффициента при ней нам понадобился потому, что возможны (наблюдаются в действительности, встречаются в литературе) зависимости, например, вида:

$$y = a + a_1 x_1 + a_2 x_2^2, \qquad (9.2)$$

$$y = a + a_1 x_1 + a_2 x_2^2 + a_3 x_3^3 \qquad (9.3)$$

и более высоких степеней. Проще занумеровать параметры, чем истощать алфавиты в поисках свободных символов. Впрочем, когда параметров немного, их можно обозначать разными буквами. Так или иначе поступают в зависимости от удобства, и мы будем делать так же. Вообще же это могут быть не только целые положительные, а и любые степени, в том числе комплексные, и вообще любые функции. Многочлены целых положительных степеней наиболее употребительны. Если нам не надо оценивать никакие параметры, кроме a, $\{a_i\}$, то все это суть частные случаи модели, называемой линейная:

$$y = a + \sum_{i=1}^{n} a_i \Theta_i(x), \qquad (9.4)$$

где $\{\Theta_i\}$ – назначенные при выборе модели функции от x.

Линейной же она называется не зря. Сформулируем для нее нк-условие:

$$W = \sum_{j=1}^{m}(y_j - a - \sum_{i=1}^{n} a_i \Theta_i(x_j))^2 = \min .$$

Оно выполняется, если

$$\begin{cases} \partial W / \partial a = 0, \\ \partial W / \partial a_i = 0, \end{cases} \qquad (9.5)$$

отсюда:

$$\sum_{j=1}^{m}(y_i - a - \sum_{i=1}^{n} a_i \Theta_i(x_j)) = 0 , \qquad (9.6)$$

где m – число пар отсчетов x(j), y(j); n – число членов суммы (9.4), содержащих x. После раскрытия скобок в (9.6) получается уравнение первой степени (линейное) с n+1 неизвестными – a, $\{a_i\}$. Всего же (9.5) дает n+1 линейное уравнение с n+1 неизвестными. То есть модель линейна относительно оцениваемых параметров, хотя и описывает нелинейные зависимости.

Для n=1, 2 систему уравнений (9.6) нетрудно решить вручную. Для n=1 решение см. в главе 7. Вообще же в наше время почти любой набор программ для машинной обработки данных содержит и программы для решения систем линейных уравнений.

Очевидно, множественная линейная регрессия

$$y = a + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i , \qquad (9.7)$$

также – случай линейной модели. Но вернемся к нелинейным зависимостям сперва в рамках линейной модели.

Первый вопрос, который следует задать – нужна ли нелинейная зависимость вообще, и не проще ли обойтись простой или множественной линейной регрессией? Рассмотрим это на примере многочленов с целыми положительными степенями. Чем выше степень многочлена, тем больше параметров надо вычислять из того же исходного материала. Но это может дать существенный прирост точности аппроксимации. Надо ли переходить от степени 1 к 2, потом к 3 и т.д.? Очевидно, с какого-то момента точность аппроксимации перестанет возрастать уже потому, что не будет хватать степеней свободы. Рассмотрим пример.

Пример 9.1. В 50 ловушек отлавливали жуков Ophonus calceatus Dft. В следующем сроке учета в ловушки, расположенные вблизи первых, отлавливали жуков Anthicus flavipes L. Получили такие списки отсчетов:

Ophonus calceatus Dft. (X):

1 1 0 0 0 4 2 0 0 0 0 0 2 1 2 0 1 2 0 2 0 0 1 2 2 3 0 1 0 0 0 0 0 2 1 1 0 1 6 1 2 0 1 0 3 1 1 1 0 0.

Anthicus flavipes L. (Y):

14 0 16 7 0 3 27 26 0 18 7 3 22 14 15 6 4 13 28 23 5 5 11 13 11 43 3 9 10 9 13 31 17 35 57 26 4 28 34 2 2 18 6 15 34 13 14 29 12 4.

Аппроксимировали зависимость многочленами 1 и 2 степени, (9.1) и (9.2), табл. 9.1.

Таблица 9.1

Параметры линейной вида $y=A\cdot x+B$ и квадратичной $y=a\cdot x^2+b\cdot x+c$ интерполяий, а также F-критерий для сравнения точности приближения ими

Для функции $y=A\cdot x+B$			Для функции $y=a\cdot x^2+b\cdot x+c$				F	n
r	A	B	a	b	c	$-b/2a$		
.360	3.6169	11.708	-.26903	4.726	11.29	8.8	.96	50

Величина $-b/2a$ есть экстремум, в нашем случае максимум параболы $y=a\cdot x^2+b\cdot x+c$. F-критерий вычислен как отношение дисперсий аппроксимации. Обозначив линейную аппроксимирующую функцию g(x), квадратичную h(x), наблюденные значения y – $\{y_i\}$, получим формулу для вычисления

F-критерия:

$$F(n-3,n-2)=(n-2)\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-h(x_i))^2\,/\,((n-3)\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-g(x_i))^2). \quad (9.8)$$

Из табл. видно, что переход от многочлена I ко II степени точности не увеличил – F≈1. Не следует переходить к более сложной модели, руководствуясь известным правилом Оккама (Occam, 1488, цит. по M.-N. Bouillet, 1856): entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem. Правило приложимо и к параметрам аппроксимаций

– их также не надо умножать сверх необходимости. Если бы в нашем случае квадратичная аппроксимация оказалась более точной, следовало проверить кубическую и т.д. до тех пор, пока рост степени давал бы и прирост точности. В нашем случае далее II степени проверять излишне.

Универсальных моделей не существует. Линейная модель тоже имеет некоторые свойства, делающие ее не везде применимой. Основной ее порок – заданность вида функций $\Theta_i(x)$. Их нелинейные параметры, например, степени x в многочленах приходится назначать, а не оценивать из списка отсчетов. Поскольку основное достоинство линейной модели – простота алгоритма, относительно легко реализуемого на машине, то продолжение этого достоинства – плохое теоретическое обоснование.

Пример 9.2. Барлоу и соавторы (Barlow, Randolph & Randolph, 1977) оценивали зависимость потери чистой первичной продуктивности гороха (ЧПП) от энергии, изымаемой тлей. Последнюю оценивали, умножая численность тлей на заранее оцененный экспериментально коэффициент. То есть, здесь зависимость попросту от численности тли. Средние оценки (каждая из 5 растений) приведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Сравнение потерь ЧПП за 11 дней с числом тлей на 1 растение

1. Исходное число тлей на 1 растение	0	5	10	25	50
2. Потеря ЧПП, % к контролю	0	8.2	32.6	85.2	112.8
3. (Потеря ЧПП)/(потребление тлей)	0	1.00	1.97	2.10	2.38

Зависимость чисел строки 2 от 1 аппроксимировали параболой $Y=5.54X-0.058X^2-19.17$; хотя по средним из табл. получается несколько другая функция: $4.59X-0.044X^2-6.42$; повидимому, авторы оценили параметры из массива отсчетов на отдельных растениях, что, конечно, лучше. Возьмем их оценку. Из нее, во-первых, следует, что при численности тли X=0 потери ЧПП Y=-19.17, т.е. наблюдается прибавка. Это, конечно же, лишено смысла, так как в отсутствие тли от нее по определению нет ни потерь, ни прибавок. Во-вторых, из параболы следует существование максимума в точке $5.54/(2\cdot 0.058)\approx 48$ тлей, а дальше при увеличении численности тлей потери должны, если верить полученному уравнению, падать. Оба эти следствия явно противоречат натуральному смыслу. Ясно, что дело в выборе аппроксимирующей функции, не имеющей иных достоинств, кроме простоты вычисления. Невелик выигрыш за потерю смысла.

Зависимость строки 3 от 1 в табл. 9.2 Барлоу и соавт. и не пытались выразить в виде функции – зависимость явно нелинейна и в то же время не походит на параболу. Попытка все же построить параболу дает $Y=0.132X-0.00185X^2+0.31$, т.е. потери в отсутствие тлей и максимум примерно на уровне 36 тлей, чего в материале не усматривается.

Выход здесь в применении функции, имеющей нужный натуральный смысл:

$$y=a\cdot(1-\exp(-bx)), \tag{9.9}$$

где a – уровень, на котором стабилизируется y при возрастании x, b – параметр относительного убывания. Функция дает y=0 при x=0, не имеет экстремумов, а главное – исходит из вполне естественного предположения, а именно, что относительная потеря y на единицу прироста x постоянна и равна b:

$$-dy=bydx. \tag{9.10}$$

Что также немаловажно, функция (9.9) имеет всего два параметра – меньше, чем парабола.

Таблица 9.3

Параметры линейной аппроксимирующей функции $y=A\cdot x+B$ и экспоненты $y=a\cdot(1-\exp(-bx))$, а также F-критерии для сравнения точности приближения ими и параболой

$y=A\cdot x+B$			$y=a\cdot(1-\exp(-bx))$		F-критерий сравнения	
r	A	B	a	b	парабола	экспонента
0.964	2.3550	5.371	158.3342	0.02622	2.82	2.87
0.783	0.0381	0.804	2.3159	0.14121	1.46	14.34

Переменную 2 экспонента приближает с той же точностью, что и парабола. Но у нее на один параметр меньше и нет противоречий с натуральным смыслом. Для переменной 3 и точность приближения экспонентой лучше.

Все эти обстоятельства были так же очевидны 20 лет назад, как и сегодня. Как и за 200 лет до изобретения ЭВМ. То, что качественный материал испорчен неряшливой статистической обработкой, плохо. Вывод таков, что учетчики не должны полагаться полностью на обработчиков. Особенности алгоритма не меньше влияют на смысл и качество выводов, чем свойства материала. При пользовании готовым программным обеспечением надо интересоваться идеями, заложенными в программы.

Но вычисление параметров функции (9.9) и в самом деле несколько более громоздко по сравнению с параболой. Наметим путь решения. Составим нк-условие:

$$W = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a\cdot(1-\exp(bx_i)))^2 = \min. \qquad (9.11)$$

Оно выполняется, если

$$\begin{matrix}\partial W/\partial a = 0\\ \partial W/\partial b = 0\end{matrix}, \text{ или} \qquad (9.12)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - a\cdot(1-\exp(bx_i)))\cdot(1-\exp(bx_i)) = 0; \qquad (9.13)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - a\cdot(1-\exp(bx_i)))\cdot\exp(bx_i) = 0. \qquad (9.14)$$

Из (9.13), решая уравнение относительно a, обозначив a(1):

$$a(1) = \sum_{i=1}^{n} y_i\cdot(1-\exp(bx_i) / \sum_{i=1}^{n}(1-\exp(bx_i))^2,$$

Из (9.14):

$$a(2) = \sum_{i=1}^{n} y_i\cdot\exp(bx_i)\cdot x_i / \sum_{i=1}^{n}(1-\exp(bx_i))\cdot\exp(bx_i)\cdot x_i.$$

Система (9.12) совместна, если a(1)-a(2)=0. Если взять некоторое значение b и подставить в уравнения, то

$$a(1)-a(2)=\delta, \qquad (9.15)$$

δ – невязка. Решение системы представляет собой ряд приближений, сводящих невязку к нулю. Тривиальный, но приводящий к цели путь здесь – процесс обратного интерполирования по схеме Эйткена (Копченова и Марон, 1972). Решение не худшего качества можно получить методом Монте-Карло (Каширкин, 1991).

Применение МНК к нелинейным функциям, в частности, к экспонентам обычно начинают с приема линеаризации (Biometrisches Woerterbuch, Bd. 1, 1969). Обычно уравнение логарифмируют; получают линейную зависимость между T и lny; ее аппроксимируют линейной функцией (9.1). Этот путь для наших целей неприемлем, так как нк-условия для исходных рядов отсчетов {y(i)}, {x(i)} (знак суммирования опущен):

$$(y(i)-f(A,B,x(i)))^2 = \min. \qquad (9.16)$$

и для преобразованных:

$$(\ln y(i)\text{-}F(A,B,x(i)))^2 = \min. \qquad (9.17)$$

неэквивалентны, т.е. суммы (9.16) и (9.17) одновременно в минимуме бывают лишь в идеальном случае, никогда не имеющем места в учетах. (9.16) не только соответствует натуральному смыслу, но и точнее. Кроме того, есть случаи, когда линеаризация невозможна, например:

$$y = A \cdot \exp(b \cdot x) + c, \qquad (9.18)$$

или примененная выше (9.9). Рассмотрим пример.

Пример 9.3. Исследуем функцию $y=A/x^{(\alpha-1)}$. Экспериментальные ряды получим следующим образом. Зададим исходные значения A=100, α=2. Варьируя длину выборки и ошибку, получим ряды отсчетов с помощью машинного генератора псевдослучайных чисел, из которых потом оценим вводные значения параметров и точность приближения. Оценим, формулируя нк-условие напрямую и с помощью линеаризации, см. табл. 9.4. Таким образом, мы сравним результат решения с предрешенным ответом.

Таблица 9.4

Оценки параметров A и α зависимости $y=A/x^{(\alpha-1)}$
в выборках из псевдослучайных чисел с заданными значениями
A=100 и α=2, без применения приема линеаризации и с ним

Исходные параметры		Оценки						F-критерий
Длина ряда	Ошибка	без линеаризации			путем линеаризации			
		A	α	$\sum\sigma_i^2$	A	α	$\sum\sigma_i^2$	
10	0.2	100.10	1.983	0.056	83.36	1.722	280.35	4997
10	1.0	100.48	1.914	1.389	63.81	1.221	1349.93	972.0
10	5.0	102.32	1.596	32.666	51.95	0.504	2589.40	79.27
40	1.0	100.47	1.907	8.758	11.33	-0.011	8011.01	914.7
160	1.0	100.47	1.907	38.716	2.35	-0.646	9768.61	252.3

Результат очевиден. Оценки параметров в обоих случаях тем больше отклоняются от вводных, чем больше заданная ошибка. В случае линеаризации они вдобавок тем хуже, чем длиннее выборка. Дисперсия аппроксимации для способа линеаризации везде на 2 – 3 порядка больше. Этот же эффект отмечен и для натуральных данных на примере вредоносности сорняков в посеве силосной кукурузы (Кудрин и

Петрова, 1989). Функция (9.18) адекватно описывает взаимодействие зернового сорго с однодольными сорняками (Меремкулов, 1988, Кудрин, 1991). В последнем случае имеет значение оценка параметра “c” – уровня, ниже которого продуктивность посева не падает, как бы ни была велика засоренность.

Покажем также преимущество прямой формулировки нк-условия для оценки численности животных методом исчерпания. В практике преобладают относительные учеты, т.е. с существенным недоучетом. Для снижения систематической ошибки естественно вновь и вновь облавливать пространство проб. Этот процесс описывает уравнение:

$$y(t) = A \cdot B \cdot (1-B)^{(t-1)}, \qquad (9.19)$$

где A – оцениваемый запас объекта в облавливаемом пространстве,
B – вероятность извлечения объекта за один акт облова (коэффициент экстракции), t – номер облова. Уравнение содержит два неизвестных параметра, так что довольно двух учетов, чтобы вычислить эти параметры (Leslie & Davies, 1939; Webster & de Coursey, 1955). Но процесс исчерпания имеет статистический характер и колеблется по времени с ошибкой. Поэтому оценка из двух любых учетов неточна, а то и невозможна. Надо провести ряд последовательных извлечений (отловов) и аппроксимировать ряд имеющей нужный натуральный смысл аналитической функцией, например, (9.19).

Исчерпание, однако, может встретиться и с другими трудностями. Учитываемая популяция может состоять из нескольких компонент, отличающихся параметром B. В этом случае оценка по (9.19) может быть неточна или бессмысленна (например, оценка A меньше суммы пойманных особей). Для случая нескольких компонент часто достаточна оценка из предположения о двухкомпонентном составе (Кудрин и Черкасова, 1988):

$$y = A_1 \cdot B_1 \cdot (1-B_1)^{t-1} + A_2 \cdot B_2 \cdot (1-B_2)^{t-1}. \qquad (9.20)$$

Пример 9.4. (Кудрин и Протопопова, 1980). Гороховая тля трудна для учета. Даже у опытных учетчиков ее недоучет не меньше 50%. Эта точность совершенно неудовлетворительна для ряда практических целей. Применен метод отмывки тли, реализующий идею исчерпания (Кудрин, 1981c). Последовательные отмывки гороховой тли в сумме из десяти растительных проб дали числа табл. 9.5.

Из таблицы 9.5 можно понять, почему метод исчерпания с последующей линеаризацией зависимости (строка 9.19, 9.17) вряд ли найдет распространение в практике учетов. Слишком уж он неточен. Прямая формулировка нк-условия (строка 9.19, 9.16) снижает ошибку аппроксимации по сравнению с ним на порядок. Впрочем, в обоих случаях оценка запаса объекта заметно меньше, чем сумма учетного ряда, т.е. оценки лишены натурального смысла. Лучше всего ведет себя модель (9.19) с нк-условием (9.16). Смысл двух компонент здесь ясен – взрослые тли и молодые по-разному прочно держатся на растениях.

Таблица 9.5

Ход отмывки гороховой тли из растительных проб.
W – Сумма квадратов разниц учетного и расчетного рядов

Ряд, №№ моделей и нк-условий	Наблюденный и вычисленные ряды отсчетов в порядке последовательных отмывок									Сумма ряда	Расчетный запас	W
Наблюденный	2186	599	193	81	36	13	7	1	1	3108	-	-
9.19, 9.17	1944	551	156	44	13	4	1	0	0	2713	2712.8	64252
9.19, 9.16	2183	619	175	50	14	4	1	0	0	3046	3046.4	2287
9.20, 9.16	2186	598	197	77	34	16	8	4	2	3122	3123.0	57

Кратко остановимся на вычислении параметров зависимости (9.20). Точно так же формулируется нк-условие. Дифференцируя его, получают подобную (9.12) систему на этот раз четырех уравнений, называемых нормальными. Решение ее относительно A(1), A(2) сводит систему нормальных уравнений к системе двух уравнений относительно невязок:

$$\begin{cases} f_1(B_1, B_2) = \delta_1 \\ f_2(B_1, B_2) = \delta_2 \end{cases}. \qquad (9.21)$$

Решение системы (9.21) достигается обобщением обратного интерполирования по схеме Эйткена на двумерный случай (Кудрин, Черкасова, 1988). Решение (если оно существует и не лишено смысла) достигается за приемлемое время с точностью до машинного нуля. Поскольку используется процесс сходимости невязки к нулю, можно быть уверенным, что нк-условие выполняется. Предусмотрено также задание первых приближений вручную, ибо минимумов может оказаться несколько. Трудность и в том, что компонент может быть больше двух, и для нескольких приходится считаться со временем, затрачиваемым компьютером. Не говоря о туче побочных проблем, возникающей при аппроксимации зависимости, описанной с низкой точностью.

Следует вернуться к постановке вопроса и искать пути решения, прежде чем усложнять алгоритмы. Реальность же такова, что точность отсчетов не всегда позволяет оценивать по отдельности коэффициенты экстракции, если они отличаются друг от друга менее, чем в 2-3 раза. Да и нужно ли различать компоненты, извлекаемые из пробного пространства со скоростями одного порядка? Если бы это и требовалось, сначала надо выяснить, нет ли форм, более различающихся по свойствам. Таким образом, для числа компонент >2 неизбежна более грубая модель – как по технически вычислительным причинам, так и практически.

Решение можно получить также методом Монте-Карло (Каширкин, 1991). Правда, этот метод на малоточном материале для числа компонент 2 и более может дать неточные или бессмысленные решения.

Завершая краткое рассмотрение вопроса о нелинейных аппроксимациях, заметим, что ведущим требованием везде выступает сохранение натурального смысла. По этой причине часто бывают неудовлетворительны нелинейные аппроксимации в рамках линейной модели и предпочтительны аппроксимации, нелинейные и по параметрам, несмотря на усложнение алгоритмов.

Надо полностью отказаться от линеаризации. Порочность этого приема вошла в энциклопедии (Большев, 1982). В наше время легкость вычислений – не тот аргумент, которым можно обосновать применение метода, вносящего большую ошибку в и без того неточные данные.

Как бы ни казалась или ни была сложной обработка данных, учетчик должен понимать в ней настолько, чтобы настоять на своих требованиях, диктуемых знанием материала и интуитивным чувством правды.

10. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ В КРУПНОМАСШТАБНОЙ КАРТОГРАФИИ

Если на глубоком дне океана существует сеть подводных долин, более или менее сходная с той сетью, которая господствует в рельефе суши, то эта сеть может и должна ускользнуть от нашего наблюдения при тех приемах, которые мы употребляем до настоящего времени.

К.Валло

Земледелие из соображений удобства стремится иметь дело с технологически однородными участками – полями. Это удается только до некоторой степени. Пестрота почвенного плодородия, в том числе и в пределах поля, общеизвестна. Реже принимают во внимание независимую от размещения плодородия неоднородность размещения вредных организмов – сорняков, болезней, вредителей.

Между тем, игнорирование пестроты порождает нежелательные последствия, вызываемые однообразным применением одних и тех же технологических операций и там, где они необходимы, и там, где они бесполезны или вредны – все в пределах одной операционной единицы, часто включающей несколько полей. Это бывает вызвано неумением оценить пестроту размещения, но чаще незнанием или нежеланием знать саму проблему, актуальность которой осознана давно (Любищев, 1958) и не уменьшилась по сей день.

Существует целое научное направление, сводящее оценку пестроты размещения некоторой величины к изучению свойств распределения ее частот. Пример – критерий равномерности (пуассоновости) размещения на поверхности или отрезке (трансекте) дискретных объектов. Считают (Джефферс, 1981, Weber, 1961), что величина

$$\chi^2=s^2\ (n-1)/\lambda$$

распределена по закону хи-квадрат с n-1 степенями свободы. (см. формулу (5.7)). Это верно или нет, но никакой критерий, основанный на выборке отсчетов, взаимное расположение которых обезличено, не в состоянии ответить на вопрос – уловлены ли скопления и разрежения, например, куртины сорняков опробованием так, что можно вычертить достоверную карту.

Методический подход к изучению размещений объектов учета в пространстве с помощью исследования только законов распределения частот значений картируемой величины в пробах внушает мало надежды. Дело прежде всего в том, что при таком подходе информация о собственно свойствах размещений объектов искажается произволом исследователя, проявляющимся при выборе размера пробы. Далее, такой подход не достаточен, так как игнорирование взаимного размещения проб уничтожает связанную с этим информацию. Главный недостаток этого методического подхода в том, что он не проводит различия между понятиями “размещение” и “распределение”.

Ошибочное суждение о достаточности информации о законе распределения, чтобы судить о законе размещения, имеет очень авторитетный источник. Речь идет о критериях равномерности размещения объектов по поверхности. Известно, что если вероятность нахождения объекта на любом участке исследуемой поверхности одинакова, не зависит от нахождения на этом участке других объектов и при этом выполняется условие ординарности, то распределение объектов по пробам равного размера следует закону Пуассона. Обратное суждение, т.е. что если объект в пробах распределен по Пуассону, то вероятность его нахождения на любом участке поверхности одинакова, в общем неверно (но может быть верным в ряде частных случаев). Это суждение встречается в зарубежных (Феллер, 1967) и воспроизводится в отечественных (Емельянов, Скитович, 1967) руководствах по теории вероятностей. У Феллера (стр.168) это высказано в весьма категорической форме.

Биологи это утверждение обычно принимают на веру, за единственным, может быть, исключением (Любищев, 1958). Легко показать, что при размере проб $\tau \to 0$ для любого ординарного процесса с дискретным случайным параметром распределение отсчетов по равным неперекрывающимся отрезкам будет приближаться к распределению Пуассона, т.е., уменьшая размер проб (экспозицию и эффективность ловушек), распределение Пуассона можно получить всегда. Источник ошибки в данном случае – в смешении понятий – распределение частот по классам и размещение объектов в пространстве. Между этими понятиями нет однозначного соответствия. Несколько существенно различных типов размещения объектов в пространстве могут дать один и тот же закон распределения численности объектов в пробах.

Построим пример, подтверждающий предыдущие рассуждения. Для наглядности рассмотрим одномерный случай, т.е. расположение проб в линию, с нумерацией их от 1 до n. Допустим, что распределение частот значений картируемой величины подчинено какому-либо из часто встречающихся на практике законов распределения: нормальному, Пуассона, отрицательному биномиальному и т.д. Очевидно, что при любой перестановке проб закон распределения в пробах (но не в пространстве!) останется тем же самым. При этом могут быть реализованы разные последовательности проб от ранжированного ряда до случая, когда за любым отсчетом может следовать любой другой с одинаковой вероятностью. Следовательно, пространственное размещение объектов, которому соответствует своя степень упорядоченности проб, не определяется однозначно законом распределения объектов по пробам. Можно привести и натуральный пример.

Пример 10.1. В табл. 10.1 приведен результат учета жужелицы Microlestes minutulus L. ловчими цилиндрами (стеклянными стаканами о 68 мм с 2% формалином); экспозиция 1 неделя, клетки пикетажной сети 20×20 м, июль 1968 г., посев пшеницы, Кустанайская обл. (Кудрин, 1971).

Средняя в табл. 0.883, дисперсия 1.043; хи-квадрат, полученный путем сравнения вычисленного для распределения Пуассона и реального рядов 6.436 при 3 степенях свободы. Критерий Q=230.33±19.80; MQ=195. t-критерий отличия Q от его математического ожидания 1.78. Оснований утверждать о неравномерности распределения нет, но соседние пробы достоверно зависимы – коэффициент корреляции r=0.270. Следовательно, нет и равновероятности. Итак, можно указать участки с высокой и низкой численностью (они хорошо видны) и оконтурить их, вычертив карту.

Примеры обратного – случаев, когда неравномерность следует из вида распределения, но не поддается оценке с помощью корреляции соседств, а следовательно, и не картируется, весьма многочисленны, то есть понятия “распределение” и “размещение” имеют разный объем, что и требовалось доказать.

Таблица 10.1

Размещение недельных уловов жужелицы Microlestes minutulus L. в ловушки диаметром 68 мм

2	2	2	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
0	2	1	3	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0
0	2	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	4	3	0	0	0	0	0	2	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	2	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	5	0	3
0	2	1	2	2	0	0	1	1	0	0	2	1	1
1	3	1	1	3	3	3	1	3	1	2	1	2	2
4	3	2	4	2	2	0	1	0	0	2	1	0	0
0	2	1	1	2	2	3	2	2	0	0	0	0	0
0	0	1	0	2	3	2	1	2	0	0	0	0	1
2	1	4	2	0	1	2	1	1	2	2	0	1	0

Размещениям как проблеме адекватна картография как метод. Так, задачи, связанные с размещением агрохимических характеристик почвы (Тикунов и Флоринский, 1981) или зараженности почвы нематодой (Расиня, 1967) неразрешимы в терминах распределения.

Для построения карты важно не превышение дисперсии над средней, а возможность интерполяции отсчетов в пробах на пространство между ними (Кудрин, Завалишин, 1973; формулы (10.1)-(10.11) в этой главе получены Н.Н.Завалишиным). Это проверяется с помощью автокорреляционной функции. Недостаточно знать законы распределения, чтобы судить о размещениях.

Следуя А.С.Карпенко (1972), в понятии картографии будем объединять картирование (картосоставление) и его методы, а также анализ готовых карт и его методы.

Наблюдаемые размещения организмов всегда показывают некоторую пестроту, которую технически нетрудно нанести на карту. Но прежде надо проверить, не лишена ли смысла картография вообще. В посевах она не может основываться, например, на привязке к геоботанической пестроте. Чтобы утверждать, что пестрота в

последовательности отсчетов не есть результат случайного их колебания от пробы к пробе, нужны доказательства. Нужны оценки уместности картографии, точности ее приемов и получаемых
результатов.

Картирование размещения фауны беспозвоночных в естественных сообществах обычно проводят на основе привязки к геоботанической карте. Само же геоботаническое картирование в значительной мере основано на визуальных оценках размещения фитоценоза. Такой путь исследования сообществ, не подвергавшихся всестороннему нивелированию в результате деятельности человека, наиболее естествен и прямо ведет к цели. Не совсем так обстоит дело при картографировании размещений беспозвоночных на посеве сельскохозяйственной культуры в пределах одного поля. Здесь прямое выделение неоднородностей, образуемых размещениями беспозвоночных, обычно технически гораздо более выполнимо, чем предваряемое картографированием фитоценоза, доминирующий вид которого искусственно размещен с одинаковой нормой высева по всему полю, исключая обсев краев, просевы и огрехи. В этом случае пестрота размещения беспозвоночных существенно превосходит пестроту размещения фитоценоза, т.е. изучение размещения элементов растительного покрова как средство изучения размещений беспозвоночных в агроценозе ведет к цели окольным путем. Прямое картографирование размещений беспозвоночных в этом случае не может ориентироваться на визуальные оценки.

Таким образом, роль визуальных и статистических приемов при планировании картографических работ различна в агроценозах и естественных ценозах. При этом визуальные приемы планирования применительно к естественным ценозам могут дать хорошие результаты. Однако оценка этих результатов, т.е. точности построенной карты, в обоих случаях может быть достигнута лишь на основе применения количественных критериев.

Следовательно, есть необходимость картографирования на основе четких количественных критериев, оценивающих как приемы технологии картографических работ, так и точность получаемых результатов. Следует указать критерии допустимости картографирования, выбора схемы взаимного расположения проб, расстояния между ними и оценки точности полученной карты.

Будем рассматривать зависимость картируемой величины от координат обследуемой поверхности как случайный процесс. Аппроксимировать математическое ожидание процесса можно любым методом, необходимо только дать гарантию, что карта, построенная с помощью выбранного типа аппроксимации, достаточно хорошо соответствует действительному размещению. В настоящей работе используется линейная аппроксимация, а в качестве меры точности выбрано отношение дисперсии аппроксимации к дисперсии математического ожидания процесса.

Рассмотрим одномерный случай. Введем обозначения: s – параметр случайного процесса с математическим ожиданием X(s), которое предполагается дважды непрерывно дифференцируемым; h – шаг аппроксимации; $x^{(i)}(s)$ – i-я реализация процесса (i=1, ..., m), s(k)=kh (k=0, ..., п), ℓ=nh,

$$X=\frac{1}{\ell}\cdot\int_{s(0)}^{s(n)} x(s)ds,\ D=\frac{1}{\ell}\cdot\int_{s(0)}^{s(n)}(X(s)-\overline{X})^2 ds,\ \overline{x}(s)=\frac{1}{m}\cdot\sum_{i=1}^{m} x^{(i)}(s).$$

Функцию, аппроксимирующую X(s), определим следующим образом:

$$y(s)=\frac{s(k)-s}{h}\cdot\overline{x}(s(k-1))+\frac{s-s(k-1)}{h}\cdot\overline{x}(s(k)) \text{ для } s\in[s(k\text{-}1),\ s(k)],$$

а в качестве меры точности аппроксимации возьмем

$$\Delta=\frac{1}{Dl}\cdot\int_{s(0)}^{s(n)}(y(s)-X(s))^2 ds. \qquad (10.1)$$

Для удобства обозначим X(k)=X(s(k)), $\overline{x}$(k)=$\overline{x}$(s(k)) и будем считать, что все характеристики процесса в точках s(0) и s(n) совпадают. В дальнейшем потребуются еще две функции:

$$r(\tau)=\frac{1}{Dl}\cdot\int_{s(0)}^{s(n)}(X(t+\tau)-X)(X(t)-X)dt \quad \text{и}$$

$$Y(s)=\frac{s(k)-s}{h}\cdot X(k-1)+\frac{s-s(k-1)}{h}\cdot X(k) \text{ для } s\in[s(k\text{-}1),\ s(k)].$$

Найдем верхнюю оценку Δ:

$$\Delta=\frac{Dl}{2}\le\int_{s(0)}^{s(n)}(y(s)-Y(s))ds+\int_{s(0)}^{s(n)}(Y(s)-X(s))^2 ds. \qquad (10.2)$$

Оценка первого члена в (2) особых затруднений не представляет:

$$\int_{s(0)}^{s(n)}(y(s)-Y(s))^2 ds\le h\sum_{k=1}^{n}(\overline{x}(k)-X(k))^2. \qquad (10.3)$$

Займемся оценкой 2-го члена.

$$\int_{s(0)}^{s(n)}(Y(s)-X(s))^2 ds = \sum_{k=1}^{n}\int_{s(k-1)}^{s(k)}\Big(\int_{s(k-1)}^{s}(Y'(t)-X'(t))dt\Big)^2 ds \le$$

$$\le h\sum_{k=1}^{n}\int_{s(k-1)}^{s(n)}\int_{s(k-1)}^{s}(Y'(t)-X'(t))^2 dtds \le$$

$$\le h^2\sum_{k=1}^{n}\int_{s(k-1)}^{s(k)}((S(k)-X(k-1))/h-X'(t))^2 dt =$$

$$= -h\sum_{k=1}^{n}X(k)-X(k-1))^2 + h^2\int_{s(0)}^{s(n)}(X'(t))^2 dt. \qquad (10.4)$$

Представим 1-й член (10.4) в более удобном виде

$$\sum_{k=1}^{n}(X(k)-X(k-1))^2 = 2(1-r(h))\sum_{k=1}^{n}(X(k)-\overline{X})^2, \qquad (10.5)$$

где

$$r(h) = \sum_{k=1}^{n}\int_{s(k-1)}^{s(k)}(X(k)-\overline{X})(X(k-1)-\overline{X})/(\sum_{k=1}^{n}(X(k)-\overline{X})^2). \qquad (10.6)$$

Интегрируя по частям $r(\tau)$, получим

$$r''(\tau)lD = \int_{s(0)}^{s(n)}X''(t+\tau)(X(t)-X)dt = -\int_{s(0)}^{s(n)}X'(t+\tau)X'(t)dt.$$

Откуда

$$h^2\int_{s(0)}^{s(n)}(X'(t))^2 dt = r''(0)Dlh^2. \qquad (10.7)$$

Из формул (10.2) – (10.7) находим оценку точности аппроксимации.

$$\frac{\Delta}{2} \le \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(\overline{X}(k)-X(k))^2 - (r''(0)h^2) - \frac{2(1-r(h))}{Dl}h\sum_{k=1}^{n}(X(k)-\overline{X})^2. \qquad (10.8)$$

Из полученного результата следует, что точность аппроксимации определяется четырьмя величинами – отношением дисперсии процесса $(D(0) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(\overline{X}(k)-X(k))^2)$ и дисперсии математического ожидания процесса (D), плавностью изменения математического ожидания (r”(0)), шагом аппроксимации (h) и корреляцией соседств r(h). Перейдя к более грубому неравенству – отбросив последний член в (10.8), получим, что увеличение числа реализаций (m) и уменьшение шага (h) позволяет

позволяет сколь угодно точно аппроксимировать математическое ожидание процесса, причем точность аппроксимации возрастает не медленнее, чем $1/m+h^2$.

Приведем формулу (10.8) к виду, удобному для практического применения. Прежде всего рассмотрим вопрос о количестве реализаций. Если a priori известно, что дисперсия процесса (которая характеризует "точность" наших измерений) пренебрежимо мала (с точки зрения влияния на величину Δ) по сравнению с дисперсией математического ожидания процесса, то можно взять одну реализацию и опустить 1-й член правой части (10.8). В противном случае необходимо брать больше одной реализации (m>1). Здесь можно воспользоваться статистикой Стьюдента:

$$(\bar{x}(k)-X(k))^2 \le t^2(\alpha)\hat{s}^2(k)/m;\ \hat{s}^2(k)=\frac{1}{m-1}\cdot\sum_{k=1}^{n}(x(k)-\bar{x}(k))^2, \quad (10.9)$$

где $t(\alpha)$ – t-критерий Стьюдента уровня значимости α с m-1 степенями свободы. Поскольку, например, $t(\alpha)=t(0.05)$ при переходе от m=2 к m=3 убывает с 12.7 до 4.3, а при $m=\infty$ t=1.96, то m=3 представляет значительные удобства с точки зрения экономичности исследования.

Оценкой дисперсии математического ожидания процесса является статистика

$$\hat{D}=\frac{1}{n-1}\cdot\sum_{k=1}^{n}(\bar{x}(k)-\bar{x})^2,\ \text{где}\ \ \bar{x}=\frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n}\bar{x}(k). \quad (10.10)$$

Разложив функцию $r(\varepsilon)$ в ряд Тейлора и положив $r(0)=1$, $r'(0)=0$, получим величину $r''(0)$ с точностью до члена порядка ε. Для оценки $r(\varepsilon)$ образуют все возможные неповторяющиеся пары $x(k,i)$, $x(k,j)$ с расстоянием ε между элементами пары по всему набору $\{x(k,i)\}$. Коэффициент корреляции между 2 получившимися рядами будет оценкой $r(\varepsilon)$. Оценку $r(h)$ $((\hat{r}(h))$ находят аналогично по ряду $\{\bar{x}(k)\}$.

Итак, для практических целей формуле (10.8) можно придать вид:

$$\Delta/4 \le \frac{t^2(\alpha)}{2m}(\hat{D}(0)/\hat{D})+(1-\hat{r}(\varepsilon))h^2/\varepsilon^2-(1-\hat{r}(h)),\ \text{где}$$

$$\hat{D}(0)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\hat{s}^2(k), \quad (10.11)$$

а ε – величина порядка размера пробы, $\varepsilon \ll h$. Формулы (10.9), (10.10), (10.11) дают оценку точности аппроксимации по выборочным данным.

Чтобы перейти к двумерному случаю, необходимо выяснить вопрос о наилучшей схеме размещения проб. Будем считать процесс изотропным. Рассмотрим такие размещения проб: А – в виде цепочки, прямой или извитой; В – ортогональная схема (в вершинах квадратов) и С – по принципу плотнейшей упаковки, т.е. в вершинах равносторонних треугольников. Достоверность выборочного коэффициента корреляции возрастает с числом пар значений, привлеченных для вычисления коэффициента. При одинаковом количестве проб схема А дает n-1 пару; В и С, соответственно 2n-p(B,n) и 3n-p(C,n), где p(B,n) и p(C,n) суть числа периферийных проб для схем В и С. Так как p имеет порядок $\sqrt{n}$, то при $n \to \infty$ отношение пар для вычисления корреляции соседств приближается к 1:2:3 тем больше, чем меньше последействие процесса. Если же учесть, что схема С по сравнению с В требует несколько более плотного размещения проб, а разбивка на местности схемы С несколько более трудоемка, чем В, то и экономия труда получается меньше, чем 2:3. Размещая пробы по принципу плотнейшей упаковки, можно получить максимум информации о картируемой величине при данном расстоянии между пробами. Впрочем, трудности разбивки и, в частности, на пропашных культурах, характер размещения растений на площади часто заставляют предпочитать ортогональное размещение проб. Кроме того, жесткая схема, состоящая из треугольников, может быть размещена только на плоскости и следовательно, плохо вписывается в сложный рельеф.

Изложим технологию построения карты. На местности разбивают схему А, в каждой точке которой одновременно берут 3 отсчета картируемой величины, например, с помощью рядом стоящих ловушек или учетных площадок, расположенных в виде равностороннего треугольника с возможно меньшей стороной (t). Расстояние между центрами треугольников (h) выбирают по меньшей мере в несколько раз больше длины стороны треугольников, но заведомо меньше того, которое потребуется в основной сети. Из полученных данных вычисляют $\hat{D}$, $\hat{D}(0)$, $\hat{r}(e)$, $\hat{r}(k,h)$ (k=1,..., n-1). Выбирается шаг сети h и количество реализаций (m), исходя из требуемой точности аппроксимации на основании (10.11). Необходимо только помнить, что оценка (10.10) накладывает сверху ограничения на шаг сети. Величина шага не должна быть столь большой, чтобы на 1 “волну” математического ожидания процесса приходилось меньше десятка точек. Размер 1 среднего колебания процесса определяется из оценки автокорреляционной функции – $\{\hat{r}(k,h)\}$.

Рассмотрим интерполяцию в схеме плотнейшей упаковки как более простой случай, к которому неизбежно приходится сводить и ортогональную схему. Сначала производится линейная интерполяция по линиям, соединяющим точки. На этих линиях можно оценить точность приближения по формуле (10.11). Интерполяцию на пространство между 3 соседними точками производят путем построения участка плоскости внутри треугольника, причем доверительный интервал для плоскости можно взять такой же, как и для линий.

Ортогональная схема сводится к предыдущему случаю путем разбивания квадратов на 4 треугольника диагоналями, причем центру квадрата придается среднее арифметическое значение из 4 измерений в его вершинах.

Подводя итог методу построения карты, отметим, что максимальная точность карты имеет естественные ограничения. Прежде всего – неизбежные влияния на процесс самого хода измерений. Такие влияния могут быть существенными. В частности, это может ограничить количество снимаемых реализаций. Затем, это дискретность процесса. Эти ограничения мы уже обсуждали раньше, в главе 8. Здесь мы лишь воспроизведем соответствующие формулы:

$$r(\varepsilon)=\sigma^2/(\sigma^2+\lambda). \qquad (10.12)$$

Например, для распределения Пуассона $\lambda=\sigma^2$, p(k)=e-λ·λk/k!,

$$r(\varepsilon)=1/2,\ \varepsilon\to 0. \qquad (10.13)$$

Как мы обнаружили, корреляция между дискретными объектами редко превосходит 1/2. В этих случаях следует предполагать сверхрассеяние внутри скоплений. Существование верхнего предела у r(ε), меньшего единицы, конечно, ограничивает точность карты, как это следует и из (10.11).

Построенная модель довольно груба, однако некоторую информацию о свойствах реальных размещений объектов из нее можно извлечь. В реальных условиях не следует ожидать значений коэффициента корреляции соседств, больших 1/2. Если такие значения получаются, это свидетельствует о сверхрассеянии внутри скоплений, т.е. о том, что, наряду с тенденцией к образованию скоплений, объекты имеют склонность избегать друг друга в границах
скоплений.

Таким образом, мы установили, что не всякую пестроту имеет смысл наносить на карту. Не всегда равномерность распределения означает равномерность размещения. Для дискретных объектов картография не всегда имеет смысл. Математический аппарат, способный снабдить планирование картосоставления и оценку его результатов критериями достоверности, дает теория дискретных случайных процессов.

11. ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕТОВ

Цель оправдывает средства,
но увы! – не всегда их дает.

Ф. Кривин

Авторитетные руководства по методике экологических исследований (Balogh, 1959; Сукачев и Дылис, 1969, Novak a kol., 1969) обходят вопрос о планировании. Креб (Kreeb, 1977) даже полагает, что этому вопросу вообще не место в руководстве по методике исследований в экологии растений. Подлинная цитата:

Dass jedes Experiment vorher geplant werden muss, versteht sich von selbst; dies muss auch im Hinblick aus die Auswertungsmethodik geschehen, wobei die Zahl von Parallelmessungen und Kontrollen wichtig sein kann. Wir wollen diese Frage nicht vertiefen, da sie ueber den Rahmen eines Methodenbuches bereits hinausgeht… (В противоположность явно и неявно выраженному нигилизму по отношению к планированию, в нашей работе проводится точка зрения на планирование, как на неотъемлемую часть методики. Методенбух, не содержащий указаний к планированию, много теряет в своей ценности…).

Планировать учет, т.е. выбрать учетную величину, назначить маршрут (схему) обхода, число и размер проб можно несколькими способами. Для планирования нужны исходные данные. Некоторые из них могут быть нормативными, например, требования к точности, или к конструкции ловчего устройства (например, стандартный размер сачка). Но другие установочные данные можно добыть только в натуре, путем рекогносцировки. Например, при обследовании сосновых посадок на открыто живущих вредителей избирают ту или иную схему обследования кроны в зависимости от того, находится популяция объекта учета в фазе пика или же депрессии (Бородин, 1970).

Во многих случаях методические указания в той или иной форме предусматривают рекогносцировку. Так, планируя обследование на водяную крысу, А.А.Максимов (1967) советует сперва собрать о ней те сведения, которыми располагают агрономы, заготовители и охотники – по линии организаций и путем опроса отдельных лиц. Здесь интересно все – от известий о заселении и повреждении, гибели посевов до данных о концентрации в отдельных местах подлежащей обследованию территории хищников – лисиц и куньих. Данные рекогносцировки наносят на карту и определяют стратегию обследования – очередность и норму обследования территорий и биотопов. Обследования на мышевидных грызунов и сусликов тоже начинают с рекогносцировки (Быковский, Гладкина, Поляков, 1978; Поляков и др., 1970).

Одна из целей рекогносцировки, таким образом, стратификация – разбиение подлежащей обследованию территории на страты, отличающиеся по некоторому легко различимому признаку или набору признаков, с которыми статистически связана численность объекта (объектов) обследования. Такой подход оказался рациональным при учете рептилий (Бережной, 1980), промысловых животных (Леонтьев, 1980). Стратификация нужна для получения правильно взвешенной оценки средней численности; но чаще – для установления очередности обследования. Особенно в случае объектов, имеющих положительное или отрицательное хозяйственное значение. При обследовании одного поля такими стратами могут быть край и средина посева.

А.Ф.Коршунова, Р.И.Щекочихина, Ф.П.Шевченко (1971) при обследовании зерновых культур на корневые гнили рекомендуют предварительно объехать и глазомерно оценить поля, описывая их состояние как хорошее, удовлетворительное, или плохое. В частности, во внимание здесь берут гибель растений. Затем уже – подробное обследование. Заметим, что методические указания редко предусматривают рекогносцировку. Чаще всего прямо начинают с нормы обследования, которая бывает для массового учета совершенно неприемлема.

В этом смысле яркий пример нерациональной стратегии – обследование на нематод. Н.М.Свешникова и Т.Г.Терентьева (1967) приводят такие нормы обследования, рекомендуемые центральной карантинной лабораторией: с каждых 100 кв.м берут 4-6 первичных проб, с участка 300 кв.м – 7-9, с 500 кв.м – 10-12 проб. Площади 0.1-0.2 га делят на участки по 500 кв.м; потом – как выше. С 0.5 га – 25-30, с 1 – 45-50. Потом из первичных составляют среднюю пробу. Никаких предварительных оценок не предусматривается, хотя они возможны. Декер (Decker, 1969) указывает на трудность опознания почвенных нематод по наружным симптомам: “Корни проявляют признаки лишь у некоторых видов и лишь в определенные отрезки времени. Для цистообразующих нематод выход зрелых самок сквозь эпидермис позволяет легко установить поражение нематодами. В наших полевых условиях до средины июня цист еще нет, к уборке же цисты отделяются от корней, или легко отпадают при выдергивании. Поражение странствующими нематодами вообще требует применения специальных приборов и окрашивания". Как бы ни были плохи и недостоверны косвенные признаки, но их использование надо планировать. Не скоро еще на каждой сотке российского поля будет взято 4-6 первичных проб.

Понятно, что для рекогносцировочных оценок применяют более производительные, хотя и менее точные методы – относительные и косвенные. Иногда смена одних методов другими происходит во времени. Это может иметь место при смене фенофаз у объекта; наступлении или бурном развитии эпифитотии. Так, Временные указания по защите пшеницы от стеблевой ржавчины (1966) предусматривают такую последовательность наблюдений: сперва с помощью спороловушек регистрируют лет уредоспор, затем идет обследование на первичное заражение, и потом – основной учет интенсивности поражения и величины потерь.

Таким образом, обследование начинается с рекогносцировки. Не следует начинать с подсчета нор водяной крысы по берегам болота или с отбора 4-6 проб с каждой сотки посева. Цель рекогносцировки – получить предварительные оценки, разбить территорию на субъединицы и наметить сплошность, последовательность и точность их обследования. Наметить момент начала обследования. Не исключено, что какие-то решения будут приняты уже во время рекогносцировки. Так, обследование селекционных схем на устойчивость образцов к вредителям может оказаться лишенным смысла при общей низкой численности вредителя (Литун, Заговора, Белецкий, 1980). Эту оценку даст рекогносцировочный учет. Основной учет в этом случае и не надо проводить. Так, для целей селекции сравнительная оценка сортов по повреждению гессенской мухой нецелесообразна при средней поврежденности ниже 15-20%.

Очень полезно держаться принципа возрастающей точности, покидая более производительные и менее точные методы после исчерпания их возможностей для более точных, но трудоемких.

Собственно планирование учета начинается с выбора учетной величины и способа ее оценки. Учетная величина удачно выбрана, если хорошо распределена, легка в учете и имеет отношение к сути дела. Так, совершенно неочевидно, имеют ли отношение к потерям урожая баллы 1 и 2 глазомерной оценки поражения растений корневыми гнилями (подробнее см. гл. “Глазомерные оценки”). Пример учетной величины, неудачной во всех трех отношениях, дают рекомендованные в начале 60-х учеты полосатой хлебной блошки в местах ее зимовки. Сведения см. у О.А.Иванова и др. (1966); Г.С.Вореводина и др. (1967).

Распределение блошки в местах ее зимовки (в лесополосах, околках) крайне неравномерно. Действительно репрезентативные оценки средней численности потребовали бы учетов на два порядка большего объема. Учет требовали проводить до начала лета блошки, когда почва в местах ее зимовки еще представляет собой полумерзлую грязь. Рекомендован был метод отмывки. Тем, кто его не применял сам, вряд ли стоит объяснять, что это такое. И наконец, эти данные не имели никакого отношения к будущей заселенности полей блошкой, а еще меньше – к вреду от нее. Потом от наблюдателей эти данные требовать перестали. Впрочем, если судить по республиканским обзорам, некоторые пункты и лаборатории прогнозов представляли соответствующие сведения до второй половины 70-х.

Допустим, подлежит обследованию схема селекционного сортоиспытания яровой пшеницы на поврежденность шведской мухой. Можно учитывать поврежденность: растений; всех побегов; центральных побегов. Данные предполагается использовать для того, чтобы выделить наименее повреждаемые образцы. Выше указан критерий выбора – лучше тот признак, встречаемость которого ближе к 50%. Нужен небольшой рекогносцировочный учет.

Просматривая отчеты одной из областных лабораторий прогноза, я обратил внимание, что поврежденность гороха гороховой плодожоркой в одни годы учтена для семян, в другие – для бобов. Связано это было с колебаниями численности. Разная методика по годам, конечно, несколько затрудняет сопоставление от года к году, но зато сильно облегчает сравнение полей и хозяйств в каждом данном году, что для Службы прогнозов более насущно.

Разумеется, для перехода от одной учетной величины к другой надо иметь коэффициент пересчета. И.Н.Степанцев, М.И.Кособуцкий, А.А.Любищев (1936) нашли, что во многих случаях поврежденность элемента более высокого порядка относится к поврежденности элемента низшего порядка как e=2.718... Обоснование этому факту отсутствует и неизвестно, возможно ли оно; но его можно использовать как первое приближение.

Идея единства методики, таким образом, встречает трудности в реальности учета. Так, по отношению к учету тлей Г.Хискот (Heathcote, 1972) отмечает невозможность постоянной методики при регистрации их сезонной динамики. Численность тли растет весьма быстро и приходится переходить от учета на пробах растений к учету на растениях, потом на отдельных органах, например листьях, даже на дольках или частях сложного листа, ср. ниже работу А.П.Де-Милло (1976) по нормированию учета паутинного клеща.

Как правило, надо заменять глазомерные оценки счетными. Один из путей к этому – подсчет элементарных повреждений. Такое возможно, например, при оценке повреждения всходов ячменя и пшеницы полосатой хлебной блошкой (Кудрин и Полякова, 1979), всходов бобовых клубеньковыми долгоносиками. Последнее – до тех пор, пока погрызы не начнут перекрываться (Голубев, Кудрин, 1981). Эти жуки начинают питание каждый раз с нового места. Погрызы легко различить и подсчитать. Величину погрызов можно измерить с помощью микрометра под бинокуляром или с помощью мерной лупы, вычислить среднюю площадь погрыза и ее ошибку, а затем использовать для оценки съеденной площади листа, если в этом есть необходимость. Вообще же единицы обследования – поля, делянки опыта можно сравнивать просто по количеству погрызов на 1 растение или даже на 1 лист, например, у гороха – на второй лист. Особенно удачен этот прием по отношению к клубеньковым долгоносикам. Они пугливы и малозаметны; прямой учет жуков, в отличие, например, от хлебной блошки, ненадежен. Глазомерные оценки мы в этом месте обсуждать не будем. Подсчет погрызов несравненно точнее, чем оба эти метода, и гораздо менее трудоемок, чем прямой учет жуков. Растения отбирают пробами по 5 штук; несколько дней их можно сохранять в холодильнике.

Аналогичный прием применим и к некоторым болезням, например, к ржавчинам, септориозу, мучнистой росе злаков. Здесь важно уловить момент вскоре после первого заражения, когда элементарные проявления (пустулы, пятна, подушечки) еще не накладываются друг на друга, хорошо различимы, а число их невелико. Чем дальше, тем этот учет получается хуже. Число элементарных проявлений растет в геометрической прогрессии, они перекрывают друг друга, возникают некротические зоны, листья сворачиваются и сохнут. Учетчику остаются только глазомерные оценки.

При выборе учетной величины, а значит, и метода учета, везде, где это возможно, следует предпочитать более дешевые и производительные косвенные методы. Эту идею (в других терминах) впервые высказал Ф.Даль (Dahl, 1908), указавший, что, размещая соответствующим образом ловушки и делая кошения сачком, можно получить достаточные сведения о топическом размещении организмов.

А.А.Любищев сравнивал учетчиков, стремящихся работать только абсолютными методами, со студентами, которые, впервые взяв в руки микроскоп, сразу ставят его на большое увеличение. Часто существует несколько методов возрастающей точности (и, как правило, возрастающей трудоемкости). Абсолютные методы занимают в таких порядках последние места. Например, гороховую тлю на растениях можно учитывать глазомерно (баллы), сачком, прямым счетом и с помощью отмывки. Если численность невелика, а встречаемость около 50%, применим прием оценки численности по встречаемости (Кудрин, 1981b). Если обследуют обширную, например, коллекционную или селекционную опытную схему, то лучше начать с наименее точного метода – балльной оценки. Самые интересные образцы можно затем проработать косвенным (сачок, учет по встречаемости) или относительным (счет на растениях) методом. Абсолютный метод – отмывку надо оставить для градуировки предыдущих методов, проводя учеты вне обследуемой схемы. Для отмывки надо срезать растения, что на делянках недопустимо.

При этом реализуется принцип возрастающей точности, рекомендуемый и при работе с микроскопом. Стремиться проводить этот принцип надо везде, ибо он обеспечивает искомый компромисс между допустимой ошибкой и приемлемой трудоемкостью.

В случае, когда нужен набор из нескольких показателей, то надо прежде всего озаботиться тем, чтобы в наборе не оказалось: а) не имеющих отношения к делу; б) зависимых между собой показателей. Если два показателя зависимы, то они содержат одну и ту же информацию, а значит, один из них – лишний. Лишний тот, который хуже сочетает приемлемую трудоемкость с требуемой точностью (Шапиро и др., 1979).

Если предполагают глазомерные оценки, ставят поверочные эксперименты. Поверку шкал и учетчиков см. главу “Глазомерные оценки”.

Далее назначают схему учета (маршрут, пикетажную сеть). В полевых учетах весьма редко применяют рандомизацию размещения проб. Терагучи и др. (Teraguchi, Teraguchi, Upchurch, 1977) размещали биоценометры по координатам, выбираемым как псевдослучайные числа. Рандомизация более реальна, если обследуемая поверхность невелика, и в других случаях, когда учетчики не слишком вытаптывают учетную единицу, например, в гидробиологии (Баканов, 1979). Наиболее распространены схемы “по диагонали”, “по двум диагоналям”, “в шахматном порядке”. Вряд ли возможно, (да и нужно ли) сейчас отыскивать их первоисточник. Насколько эти схемы удачны – вот что важно.

А.А.Любищев (1958) отмечает, что в схеме “по диагонали” центр поля представлен лучше, чем края. Это же верно и для схемы “по двум диагоналям”. В этом нетрудно убедиться следующим образом. Начертить квадрат. Разбить его на части в виде концентрических рамок одинаковой ширины так, чтобы центральный квадрат имел сторону такую, как ширина рамок. Провести диагональ. Длина диагонали, приходящаяся на единицу площади рамки, убывает от центра к краю.

Если уж неизбежно брать пробы по диагонали, то следует от краев брать пробы почаще, а к центру – реже.

Пример 11.1. Клетка поля 100 га (1 км×1 км). Назначить расстояния между пробами для маршрута “по диагонали” с отбором 20 проб. Известно, что объект при заселении поля отличает краевую полосу 100 м.

Решение. Краевая полоса занимает 36 га. На нее приходится 7-8 проб из 20. Из 1412 м диагонального маршрута 280 м учетчик пройдет по краевой полосе. Удобно назначить такие расстояния между пробами: первые 3 (1-2, 2-3, 3-4) через 40 м, дальше – через 90 и последние 3 промежутка – опять по 40 м. Учетчику не следует полагаться на глазомер. Расстояния надо отмерять не шагами, а перекидной саженью.

У маршрута по диагонали есть еще один недостаток. Он выводит учетчика с одного угла поля на другой. Там не всегда есть удобный подъезд для транспорта.

Этим же нехорош Z-образный маршрут, хотя на нем легче разместить пробы так, что будут представлены и центр, и края.

Возможен маршрут в виде треугольника, с возвратом в ту же точку (Гуслиц и др., 1977), в виде восьмерки (Песенко,1982), п-образный (Полякова и др., 1987).

Задача очень упрощается, если учитывают объекты, краевой эффект у которых заведомо не выражен. К.А.Васильев (ВИЗР) в 1966 г. предложил брать пробы на дугообразном маршруте, начало и конец которого упираются в одну и ту же сторону поля. Сейчас этот прием довольно широко распространен в практике летнего обследования на молодых гусениц зерновой совки, хотя, кажется, никто не помнит автора идеи. Этим обследованием стремятся охватить все поля (сплошность 100%), что дает повышенную нагрузку на учетчиков и выделенный им транспорт. Дугообразный маршрут, при котором учетчик выходит прямо к ожидающей его машине, оказался удачной находкой. Этому предложению предшествовали обширные учеты, при которых поля покрывали равномерной сетью проб. Анализ этого материала (учитывали также личинок пшеничного трипса) привел К.А.Васильева к идее дугообразного (краевого) маршрута. Позже эту схему предлагали для фитономуса, люцернового клопа, злаковых цикадок (Горбунов, Собакарь, Тимохина, 1981; Тимохина и др., 1981). Цитируемые авторы повторили путь К.А.Васильева.

Схема учета может состоять в том, чтобы поле было равномерно покрыто сетью проб. Часто говорят в связи с этим о “шахматном” расположении проб, распространяя это требование даже на случай 8 проб (Петруха, 1973, Петруха и др., 1970). Невелика важность, совпадают ли ряды проб по направлению с одной из сторон поля; правильнее было бы говорить о челночном маршруте обхода (Иваненко и др., 1977). Челночную схему, обходит ее один учетчик или несколько, надо предусматривать с четным числом проходов, чтобы вернуть учетчика (учетчиков) по окончании обхода поля на ту же сторону. Челночная схема, разумеется, более посильна для бригады учетчиков (Старостин и др., 1980).

Для получения репрезентативной оценки средней сети имеют не много преимущества перед несетевыми схемами. Если краевой эффект не выражен, то учетчику следует думать об удобстве обхода. Если он выражен и известен, то пробы надо разместить так, чтобы края и средина поля были представлены одинаково. Этого можно достичь и на несетевой схеме.

Сети нужны для другого. Иногда цель обследования – обнаружение хотя бы одного экземпляра или небольшого очага (скопления) объекта учета. Такое случается при учете карантинных или же особо опасных объектов – повилики, заразихи (Иваненко и др., 1977). Другой случай – учет с целью картографии. Без сети здесь практически не обойтись. Планирование сетей для этой цели рассмотрено в главе “Картография”. И наконец, упомянутые выше учеты с целью изучения и поверки самой методики также лучше проводить по сетям.

Далее идет выбор размера и числа проб. Они связаны между собой. Рассмотрим сперва выбор размера проб на примере площадок. Теоретически вопрос выглядит просто. Планируют норму обследования, а размер проб выбирают так, чтобы минимизировать ошибку оценок (Викторов, Бородин, 1971). Поскольку мы, как правило, не располагаем величиной ошибки как функцией размера проб при постоянстве нормы обследования, то просто перечислим соображения в пользу больших и малых проб.

Несомненное преимущество больших проб проявляется, если задача – оценить зависимость между признаками, одновременно измеряемыми в этих пробах, например, с помощью коэффициентов линейной корреляции. Крупные пробы дают более высокие значения коэффициентов корреляции. Следовательно, линия регрессии не “ложится” и дает меньшую ошибку прогноза на краях и за пределами эллипса рассеяния (Смирнов, 1976, 1977), см. гл. 7. Кроме того, число крупных проб меньше; меньше и расход времени на вспомогательные операции – разметку пикетажной сети, переходы от пробы к пробе, этикетирование и пр. Некоторую роль играет привычка. Наиболее употребительный размер площадок 50×50 см в большинстве случаев слишком велик. Несомненное его преимущество в том, что проба такого размера примерно соответствует величине поля зрения учетчика. Назначают этот размер часто (Косов, Поляков, 1958; Григорьева, Сливкина, 1958; Власов и др., 1962; Осмоловский, 1964; Поспелов, 1969; Макарова, Хомякова, 1969; Петруха и др., 1970; Левин и др., 1969; Дружелюбова, Виноградова, 1970; Тарабрина, 1973; Павлов, 1973; Поляков, Полоскина, 1975).

Есть достоинства и у мелких проб. Их можно взять больше. Следовательно, получатся более длинные ряды отсчетов. Коэффициенты корреляции будут поменьше, зато достоверны. Проблемы, связанные с тем, что линия регрессии при малых коэффициентах линейной корреляции “ложится”, то есть приближается к горизонтали, вполне разрешимы, см. гл. 7. Ее можно построить так, чтобы она не очень уходила от большой оси эллипса рассеяния. Главное же – большое число проб легче равномерно разместить по обследуемой поверхности. Распределение объектов по мелким пробам чаще следует теоретическим распределениям – Пуассона, отрицательному биномиальному. Да на длинных выборках гипотезы о распределении легче проверять, впрочем, как и любые другие.

Сумма множества попарно независимых отсчетов, как и средняя из них, лучше (ближе к нормальному закону) распределены и к ним вполне применимы стандартные статистические критерии и приемы обработки. Только к большим выборкам можно применить прием, на возможность которого указывал В.С. Смирнов (1976) – образовать из отсчетов рандомизованные частичные суммы или средние и работать с ними. При этом распределение приблизится к нормальному и увеличится значение коэффициента корреляции – применение крупных проб дает только последнее.

Если учитывают встречаемость, с тем, чтобы впоследствии ее пересчитать в плотность (Киров, 1971; Расиньш, Тауриня, 1982; Кудрин, 1983b; Кузнецов, Кузнецов, 1985; Петрушов, Гуревич, 1985, Бабушкина, 1987), то надо выбирать размер проб так, чтобы получить встречаемость около 1/2; при этом максимальна информация. Требуемый размер пробы оценивают в рекогносцировочном учете.

В связи со сказанным, засилье в методиках больших проб не имеет никакого резона. Это относится и к отбору проб по числу растений. Такая, например, схема отбора: 10 проб по 100 растений, рекомендованная в свое время для обследования на корневые гнили (Тупеневич, Хохряков, Чумаков, 1962; Коршунова, Щекочихина, Шевченко, 1971), или 8 проб по 100 бобов на поврежденность гороха гороховой плодожоркой (Петруха и др., 1970), приходится считать неудачными. Если уж нужны сотни растений (ниже мы покажем, что в данном случае не нужны), то их следовало разбить на более мелкие пробы. Заметим, что самая старая методика – сортовой апробации есть и самая лучшая в смысле размера проб – пробы примерно по 5 растений (стеблей с колосом) удобны при отборе и удачны в статистическом смысле.

Хилл и др. (Hill & al., 1975), изучая этот вопрос на хлопчатнике, пришли к выводу, что наилучшая проба – 1 растение, если пренебречь расходом времени на ходьбу. Гуппи, Аркур и Мукерджи (Guppi, Harcourt, Mukerji, 1975) пришли к выводу, что для учета личинок фитономуса лучший размер проб – пучок из 6 стеблей. В.О. Хомякова (1982) для учета стеблевого мотылька рекомендует 20 проб по 5 растений.

Мелкие пробы не лишены недостатков. Прежде всего, объем вспомогательных операций на мелкую и крупную пробу примерно одинаков, следовательно, растет с числом проб, каков бы ни был их размер, о чем упомянуто выше. Затем, у мелких проб больше ошибка, связанная с их вырезанием. Нелегко, например, без специального инструмента отобрать пробы 31.6×31.6 см на глубину хоть 30 см. Пробу 50×50 см на ту же глубину отбирают обычной штыковой лопатой. При учете на поверхности, например, сорных растений при накладывании малой рамки не всегда просто решить, принадлежит данный экземпляр пробе или нет, если речь идет, скажем, о таких сорняках, как вьюнок полевой, гречишка вьюнковая, подмаренник цепкий, да и вообще крупные развесистые экземпляры любых видов. И наконец, мелкие пробы подвержены произволу учетчика в большей мере, чем крупные (положить рамку “как надо”). Следовательно, увеличивается опасность систематической ошибки. Стало быть, к пикетажной сети мелких проб предъявляются более строгие требования, что повышает затраты труда.

Тут же следует сказать два слова о форме площадок. Применяют кольцевую рамку, что уменьшает ошибку вырезания (Ковалев, Черкашин, Резник, 1983); вытянутую прямоугольную (Голубев, 1976), что увеличивает ошибку вырезания, но уменьшает общую ошибку за счет известного в опытном деле эффекта длинных делянок. А.П.Расиньш и М.П.Тауриня (1982) предлагают накладывать вильчатую П-образную рамку, что и в самом деле удобнее в развитом травостое. Разумеется, размер рамки должно согласовывать с величиной междурядий посева, если они заметны. Так, на посеве с междурядьями 15 см площадки в 0.1 м^2 намечают с помощью рамок 333×300 мм, а площадки по 0.25 м^2 рамками 556×450 мм. Пренебрежение этим обстоятельством порождает систематическую ошибку (Любищев, 1958).

Вопрос о размере рамки осложняется, если учитывают одновременно несколько объектов, численности которых различаются на порядки. Так, всходы сорняков могут иметь плотности 5-10 тыс. 1/м^2. Для таких объектов рамки площадью

0.1 м^2 и то велики. Уменьшение размера до 0.05 и даже до 0.02 м^2 полезно, но ставит вне учета довольно большую группу малочисленных видов; некоторые из них вообще не попадут в список объектов учета. Оставаться же при больших площадках – значит сделать учет неисполнимым.

Выход в одновременном применении площадок двух размеров. Так, в центре площадок в 0.1 м^2 накладывают рамку в 0.01 м^2; всходы многочисленных видов считают только на ней. Если принять в качестве рабочего приближения закон Мотомуры (см. гл. 4), по которому численности доминирующих видов составляют геометрическую прогрессию, то применение одного размера
рамки не кажется резонным. Если численности различаются на порядки, то и эффективности учетных устройств надо приноровить к этой особенности объектов учета.

Центральная проблема планирования учета – как назначить норму обследования, или, иначе, как поделить ресурс учетчика (учетчиков) между единицами обследования. Это зависит прежде всего от предназначения данных учета. В одном ряду случаев учет проводят для того, чтобы принять решение на каждой единице обследования (обследование с оперативными целями, или просто – оперативное обследование, учет). Например, обследуя поля, принять решение о проведении защитных мер против вредителей (или об отказе от них). Или при обследовании сортоиспытания принять решение по каждому сортообразцу – устойчив или нет к вредителю, болезни. Решение может быть одно из нескольких возможностей, чаще – из двух.

Другой ряд дают случаи, в которых сведения собирают, чтобы вынести суждение о всей совокупности учетных единиц в целом – для обзора. Это, например, обследование посевов на пораженность корневыми гнилями, все обследования на запас вредителей, идущий в зимовку, все учеты для оценки потерь урожая, обследования схем полевых опытов, поставляющие данные для дисперсионного анализа.

Планирование оперативных учетов, видимо, должно чем-то отличаться от планирования таковых для обзора. Сегодня эту разницу игнорируют, что ведет к перерасходу труда. Конечно, оценки, породившие решение, потом бывают использованы для составления обзора, но не в этом суть. Императив решения сильнее. Будет принято решение или нет – вот что определяет стратегию оперативного учета.

Рассмотрим существующие принципы планирования числа проб. Первый из них (как ни странно, исторически он тоже первый) – принцип нормативной точности. В теории выборочного метода он рассматривается как единственный (Шварц, 1978). Принимают решение о том, какую относительную ошибку считать максимально допустимой (класс точности). Для учетов насекомых в полевых опытах традиционный класс точности – 10%. Он принят и в других зоологических учетах (Баканов, 1979).

Число проб вычисляют следующим образом. Пусть требуется, чтобы относительная ошибка s(a)/a=0.1,(10%); a – средняя, s(a) – ее ошибка. Так как $s(a)=s/\sqrt{n}$, то $s/\sqrt{n}=0.1a$. Удобно ввести величину V=s/a – коэффициент вариации. Тогда

$$n=(V/(s(a)/a))^2. \tag{11.1}$$

Пусть V=0.48 (48%), тогда $n\approx 23$. Величину V берут из рекогносцировочного учета или из прошлого опыта.

Еще Н.В.Курдюмов (1913) указывал на чрезмерные нормы обследования, которые порождает этот принцип. А.А.Любищев заметил, что при последовательном его проведении основную массу проб надо сосредоточить там, где численность объекта мала, т.е. в наименее интересных местах. Покажем, почему так происходит, на примере распределения Пуассона. Если DX=MX=a, то ошибка среднего $s(a)=\sqrt{a/n}$, n – число проб, относительная ошибка среднего

$$s(a)/a=1/\sqrt{an}=1/\sqrt{N}; \tag{11.2}$$

N – общее число особей объекта во всех пробах учета. Для класса точности 10% N=100. Достичь такой точности при низкой численности объекта можно только при неисполнимых нормах обследования.

Случай с распределением Пуассона важен потому, что мы исследуем ситуацию малой численности; при $a\to 0$ оно есть предельный случай для других практически наблюдаемых распределений, например, отрицательного биномиального.

Несмотря на отмеченный недостаток, принцип нормативной точности дает возможность получить полезные результаты для многочисленных объектов. Так, А.П.Де-Милло (1976) получила рациональные нормы обследования для паутинного клеща на хлопчатнике, с отсчетами на половинках и даже четвертушках листьев, взяв за исходную точку упомянутую 10% точность.

Идею нормативной точности не надо проводить чересчур последовательно. На самом деле точность учета должна быть достаточна, чтобы можно было достоверно утверждать о наблюдаемом эффекте, и не более того. Для того, чтобы заключить, например, о массовом выходе из куколок, массовом заселении посева, большая точность не нужна. А чтобы, скажем, достоверно сравнить разные системы обработки почвы по их влиянию на фауну, точность 10% недостаточна. Класс точности зависит от величины измеряемого эффекта.

Сегодня принцип нормативной точности в практике как оперативных учетов, так и обследований для обзора почти не употребляется. Преобладает принцип равной нормы обследования. При этом назначают минимальную, предполагается, что достаточную, норму обследования для некоторой минимальной площади, например, 8 проб по 1/4 кв. м на поле площадью менее 100 га и устанавливают, сколько проб надо добавлять на каждые следующие 100 га. Или просто – 10-12 проб на участок, какова бы ни была площадь. Оба способа можно найти у Г.Е.Осмоловского (1964). Это – принцип учета для обзоров. Этому назначению он полностью соответствует. В случае, когда руководитель программы имеет задание обследовать столько-то единиц учета и располагает для этого некоторым ресурсом (может быть всего взято столько-то проб), то норма обследования получится как частное от деления ресурса на число учетных единиц. Для оперативных целей этот принцип не идеален – если держаться назначенной нормы обследования, то приходится продолжать учет, даже если ситуация ясна с первых проб, и прекращать, когда выполнена норма, но сведения еще недостаточны для принятия решения. При планировании научных учетов этот принцип практически преобладает. Но из этого не следует, что научные методики можно переносить в масштабе 1:1 в практику производственных обследований для обзора.

При обследованиях для обзора противоречие между сплошностью обследования, т.е. охватом по возможности всех учетных единиц (полей, угодий) и точностью обследования каждой из них однозначно разрешается в пользу сплошности. В связи с этим нормы обследования, например, на корневые гнили “10 проб по 100 растений на поле до 100 га, на каждые следующие 50 га добавляется по одной пробе” (Коршунова, Щекочихина, Шевченко, 1971) неудачны. На разбор такой пробы нужен минимум один человекодень. Большая норма обследования призвана обеспечить высокую точность. Обеспечивает ли она ее на деле, см. главу “Глазомерные оценки”. Пусть мы установили на каком-то поле сильное развитие болезни. Принимается ли тут какое-то решение? Нет. Но зато обзор распространения корневых гнилей по полям лишается сведений по большинству из них. Методика, некритически перенесенная из научных программ, оказала не лучшую услугу практике. То же можно сказать о норме обследования для гороховой плодожорки: 800 бобов = 8 по 100 (Петруха, 1970). На основе этого обследования решений на каждом поле не принимают. К чему тогда такая большая норма?

Укажем подходящий принцип для оперативного обследования. Для этого рассмотрим тактику обследования на примере учетов проволочника (Завалишин и Кудрин, 1974). Общепринята норма обследования от 8 до 16 проб по 0.25 м^2 на одно поле (Косов, Поляков, 1958). Во многих случаях как пороговую принимают плотность 5 экз./м^2. Понятно, что при плотности проволочников, близкой к критической, надежность наших выводов будет весьма мала. Например, забраковать для посева кукурузы поле с выборочной плотностью 5.05 1/м^2 имеет столь же мало смысла, как и принять поле с выборочной плотностью 4.95 1/м^2. Учитывая это обстоятельство и исходя из реально существующей точности оценок (в несколько десятков процентов), получаемых в результате оперативных обследований, а также из того, что систематический недоучет проволочников, особенно младших возрастов, превышает 2/3 (Бобинская, Григорьева, Персин, 1965), примем, что область, в которой не определено решение – браковать поле или нет, находится между 3 и 7 экз./м^2.

Задача состоит в том, чтобы назначить такую процедуру обследования, которая с минимальными затратами труда и с наперед заданной надежностью позволяла бы принимать решение о том, годно для посева поле или нет, или же плотность проволочников настолько близка к критической, что обследование по экономическим или организационным причинам надо прекратить и принять решение на основе каких-то других резонов.

Будем решать поставленную задачу методом последовательного анализа (Вальд, 1960). Прежде всего, необходимо выяснить вопрос о возможном типе распределения проволочников по пробам. Нас будет интересовать плотность проволочников до 10 экз./м^2 и площадь одной пробы порядка 0.1 м^2. Следовательно, среднее количество проволочников на одну пробу не будет превосходить 1-2 экз. Это обстоятельство и тот факт, что проволочники младших возрастов практически не учитываются, а в учетном материале преобладают старшие возраста, успевшие преодолеть начальную агрегатность размещения, связанную с особенностями яйцекладки щелкунов, являются достаточно вескими основаниями для выбора закона Пуассона в качестве типа распределения. Поэтому будем считать, что распределение проволочников по пробам площади s следует закону Пуассона со средним значением λ особей.

Обозначим, как обычно, $p(k)=\lambda^{\kappa}e^{-\lambda}/k!$ – вероятность обнаружить k проволочников в пробе; α, β – вероятности ошибок первого и второго рода, соответственно; x_i – количество проволочников в i-й пробе; H_0 – гипотезу $\lambda=\lambda_0$; H_1 – гипотезу $\lambda=\lambda_1$, ($\lambda_0<\lambda_1$); n – количество проб. Рассмотрение сложной гипотезы $\lambda\leq\lambda_0$ против $\lambda\geq\lambda_1$ для закона Пуассона можно свести к рассмотрению простой гипотезы H_0 против H_1. Полагая отсчеты {x(i)} независимыми (для выполнения этого условия практически необходимо брать пробы достаточно удаленными одна от другой), с помощью неравенства

$$\ln(\beta/(1-\alpha)) < \ln\prod_{i=1}^{n} p(x_i,\lambda_0)/p(x_i,\lambda_1) < \ln((1-\beta)/\alpha) \qquad (11.3)$$

выделим критическую область гипотезы H_0 против H_1 . Обозначим

$$d(\alpha,\beta)=\ln((1-\beta)/\alpha)/\ln(\lambda 1/\lambda 0);\ c(s)=(\lambda 1-\lambda 0)/\ln(\lambda 1/\lambda 0),$$

$l_0=3s$, $l_1=7s$ (так как за критические плотности взяты 3 и 7 экз./м^2). Из (1) получаем решение задачи:

$$-d(\alpha,\beta)+c(s)\cdot n<\sum_{i=1}^{n}x(k)<d(\alpha,\beta)+c(s)\cdot n. \qquad (11.4)$$

Для практической работы важны варианты a,b=0.10, 0.05, 0.01 и s=0.25, 0.10, 0.05, 0.01 м^2. Соответствующие значения $d(\alpha,\beta)$ и c(s) сведены в табл. 11.1 и 11.2, ниже мы полагаем везде $\alpha=\beta$.

Таблица 11.1

Полуширина коридора неопреде-ленности $d(\alpha,\beta)$ в зависимости от ошибок первого рода α и второго – β

Ошибка второго рода β	Ошибка первого рода α		
	0.10	0.05	0.01
0.10	2.59	3.41	5.31

Таблица 11.2

Коэффициент c(s) наклона коридора неопределенности к оси n в зависимости от площади пробы s

s	0.25	0.10	0.05	0.01
c(s)	1.18	0.472	0.236	0.0472

0.05	2.66	3.48	5.37
0.01	2.71	3.53	5.42

Пользуются полученными оценками так. Если Y – число проволочников во всех пробах меньше $n \cdot c(s)-d$, то поле считают заселенным слабо; если больше $n \cdot c(s)+d$, то – сильно; принимают решение и прекращают учет. При условии (11.3), т.е. при $n \cdot c(s)-d<Y<n \cdot c(s)+d$ обследование продолжают. Чтобы не делать после каждой пробы эти расчеты, чертят график. Вертикальная ось – сумма пойманных проволочников Y, горизонтальная – число проб n. Из начала координат проводят линию $Y=c(s) \cdot n$; вверх и вниз от нее откладывают полосы шириной $d(\alpha,\beta)$. При учете сверяются с графиком (планом учета).

Найдем теперь среднее количество проб, необходимое для принятия одной из гипотез H_0, H_1. Обозначим его E(n). Вальд нашел следующее приближенное выражение для E(n):

$$E(n)=(L(\lambda)\ln(\alpha/(1-\beta))+(1-L(\lambda))\ln((1-\beta)/\alpha))/E(z), \qquad (11.5)$$

где E(z) – математическое ожидание величины

$$z=\ln(p(k,\lambda_1)/p(k,\lambda_0)).$$

L(l) – операционная характеристика, достаточно хорошее приближение к которой дает равенство:

$$L(\lambda)=(((1-\beta)/\alpha)^h-1)/(((1-\beta)/\alpha)^h-(\alpha/(1-\beta))^h), \qquad (11.6)$$

где h для закона Пуассона находят из уравнения:

$$(\lambda_1-\lambda_0)^{h+l}=(\lambda_1/\lambda_0)^h.$$

Нетрудно убедиться, что $E(z)=\lambda \cdot \ln(\lambda_1/\lambda_0)-\lambda_1+\lambda_0$, и поэтому можно представить (11.4) в виде:

$$E(n)=((1-2L(\lambda))\ln((1-\alpha)/\alpha)/(\lambda \cdot \ln(\lambda_1/\lambda_0)-\lambda_1+\lambda_0). \qquad (11.7)$$

Таблица 11.3

Математическое ожидание числа проб, необходимого для принятия решения, в зависимости от площади пробы s, ошибки α, численности проволочников λ экз./м^2

1 экз./м^2	s = 0.25 м^2			0.10			0.05			0.01 м^2		
	a=10%	5	1	10	5	1	10	5	1	10	5	1%
0.5	2	3	5	6	8	13	12	16	26	61	82	128
1.0	3	4	6	7	9	15	14	19	29	70	93	146

1.5	3	4	7	8	11	17	16	22	34	80	108	168
2.0	4	5	8	9	13	20	18	25	40	92	126	199
2.5	4	6	10	11	15	24	21	30	49	106	151	243
3.0	5	7	12	12	18	31	24	36	62	121	182	309
7.0	4	5	9	9	14	23	18	27	47	91	137	233
7.5	3	5	8	8	12	19	16	24	39	81	118	194
8.0	3	4	7	7	10	16	14	20	33	72	102	165
8.5	3	4	6	6	9	14	13	18	29	64	90	143
9.0	2	3	5	6	8	13	12	16	25	58	80	127
9.5	2	3	5	5	7	11	11	14	23	53	72	113

В табл. 11.3 указаны средние числа проб разных размеров, которые придется брать для принятия решения. Если плотности проволочников лежат за пределами коридора неопределенности, то нормы обследования заметно меньше общепринятых. Надо сразу решить, что делать, если траектория учета слишком долго блуждает в коридоре неопределенности. В этом случае нужно иметь заранее назначенную предельную норму обследования. По достижении ее принимать решение о прекращении обследования с заключением: “Решение не может быть принято на основе учета”. Такие случаи будут весьма редки, так как на самом деле вероятность остаться без решения с ростом числа проб убывает как геометрическая прогрессия.

Заключая изложение процедуры последовательного анализа, посмотрим еще раз на проблему размера проб. Исходное условие процедуры – распределение Пуассона выполняется тем лучше, чем меньше размер проб. Пробы меньшего размера чаще покрывают и лучше представляют единицу обследования. Отбор большого числа мелких проб увеличивает расход времени на вспомогательные операции; для мелких проб нужен отборник. Доуэйн (Doane, 1977) работал пробами 81 см^2. Надо полагать, что и в наших условиях пробы по 1/4 кв.м чересчур велики. Размер пробы надо уменьшить хотя бы до 1/10 кв.м.

Последовательный анализ дает полное решение проблемы для оперативных учетов. О засильи планирования по Вальду, однако, пока говорить рано. Прежде всего потому, что обследования для обзора преобладают, а для них достаточно хорош более простой принцип одинаковой нормы обследования. В практике оперативных обследований не просто выдержать жесткие требования к учетной процедуре, налагаемые схемой Вальда. Параметры схемы связаны, прежде всего, с законом распределения отсчетов; в реальности же изменчивы не только параметры, но и закон распределения. Затем, не очень понятно, где брать величину ошибок первого и второго рода. В принципе тут все ясно – цена ошибочного решения реально существует и поддается измерению. Однако, нужны дополнительные затраты и усилия, чтобы принципиальную возможность превратить в реальность. Некоторую роль играет пренебрежение к учетам вообще.

Нужны хорошие учетчики. Учетам всегда сопутствует систематическая ошибка; это обстоятельство, однако, мы пока никак не использовали. В самом же деле оно – первоочередной важности. Систематическая ошибка не уменьшается с ростом числа отсчетов. Следовательно, должен наступить момент, когда далее увеличивать объем выборки бесполезно. Это момент, когда систематическая ошибка превысит случайную. В теории ошибок действует правило: “при повышении точности измерений в первую очередь уменьшать ошибку, имеющую наибольшую величину” (Зайдель, 1974). Понимание того, что выше определенной нормы обследования точность перестает возрастать, встречается у некоторых авторов. Так, Б.Г.Иваненко и др. (1977), назначая на посевах табака норму обследования на тлю и трипса в 600 растений, отмечают, что она предельна, “так как дальнейшее увеличение их числа незначительно скажется на достоверности полученных результатов, но зато значительно снизит темпы обследования.” Понятие предельной нормы обследования можно положить в основу последнего в нашем изложении принципа планирования – по систематической ошибке. Покажем применение этого принципа на примере кошений энтомологическим сачком.

Учет энтомологическим сачком весьма популярен. Переход от косвенного показателя – улова в сачок к плотности объекта учета достигается двумя способами: сопоставлением улова некоторой шкале (“единично”, “редко”, “обычно” и т.п.) или пересчетом улова на плотность с помощью каких-то эмпирически найденных соотношений (Осмоловский, 1964, Tonkyn, 1980). Пересчет этот дает весьма неточные результаты. Дело в том, что воспроизводимость результатов учета крайне низка даже в случае, если бы мы решили пересчитывать улов в улов же. Поэтому существуют диаметрально противоположные точки зрения на то, имеет ли смысл такой пересчет – некоторые считают (и правильно), что если нужны абсолютные оценки, то надо применять иные методы (Marston & al., 1976). Сачок неточен. Другие считают (и тоже правильно), что пересчет возможен, так как сачок улавливает те же тенденции, что и прямые методы (Smith, Stadelbacher, Gantt, 1976). Ирвин и Шепард (Irvin, Shepard, 1980) считают, что при учете хищных клопов на сое сачок дает более верные (reliable) показатели, чем вакуумный отборник. Дж. Эллингтон и др. (Ellington & al., 1984) пришли к выводу, что сачок уступает вакуумному отборнику в точности следования за абсолютными оценками, но приемлем из-за дешевизны учета. В общем, пересчет возможен, но ручаться можно, самое большее, лишь за порядок оценки.

Улов надо использовать непосредственно, без пересчета на плотность. Там, где делается вывод типа “больше – меньше”, применение косвенного показателя вполне уместно. В этом случае получают цену хорошие статистические свойства сачка, а именно то, что улов делится на одинакового размера пробы – взмахи или серии взмахов. Уловы в серии проб составляют выборку X={x(i)}. Отсчетам свойственна систематическая и случайная ошибка. Источник случайной ошибки – естественное разнообразие материала. Разные причины могут быть источниками систематической ошибки. Если сравнивают два поля, то они могут различаться по высоте, густоте травостоя, примеси рослых или жестких сорняков. Учетчик может, покосив сачком на одном поле, отправиться на другое. Тем временем солнце подымется выше; изменится ярусное распределение, пугливость насекомых, и, как следствие, улов (Миноранский и др., 1967).

В принципе можно делать поправки на условия учета. Попытки такого рода известны, и результат их не впечатляет (Saugstad, Bram, Nyquist, 1967). Получившиеся 16-факторные уравнения регрессии, свои для каждого объекта, пригодны лишь для объяснения материала, из которого они получены. Даже если бы практики имели хорошие оценки этих поправок, вряд ли ими кто-нибудь стал пользоваться. Собирать сведения по 16 позициям только для того, чтобы внести поправку в показания сачка, все достоинство которого в необременительности учета... Да нам и не нужна очень уж высокая точность учета сачком.

Интересен случай, когда источник систематической ошибки известен, ее можно оценить, но она практически неустранима. Так обстоит дело с личной ошибкой учетчика. Учеты сачком, проводимые разными лицами и даже одним и тем же учетчиком в разное время, сопоставляются плохо. Неуловимые особенности в постановке сачка, глубине его погружения в травостой, скорости и твердости проводки, в осознанном или нет выборе наиболее уловистой траектории сачка по траве и маршрута по полю не позволяют присваивать учетам сачком хорошую точность.

Влияние учетчика тем сильнее, что сачок собирает с обкашиваемой площади долю объекта порядка 1% (Любищев, 1958). У всасывающих ловушек, собирающих десятки процентов, стабильность результатов выше (Callahan, Holbrook, Shaw, 1966).

Если сравнивать результаты одного учетчика со средней по некоторому коллективу учетчиков, то оценка средней относительной систематической ошибки учетчика есть коэффициент вариации. По оценкам Л.В.Пучковой (1961) коэффициент вариации улова по учетчикам колеблется в пределах 20-30%. Относительную случайную ошибку должно планировать как величину того же порядка. Она может быть несколько меньше.

Ошибка оценки есть среднее квадратичное из ее компонент, случайной e(ran) и систематической e(sys):

$$e(MX) = \sqrt{e^2(\mathrm{ran}) + e^2(\mathrm{sys})}\,. \qquad (11.8)$$

Если принять систематическую ошибку за единицу, а случайную спланировать, скажем, вдвое меньше, то общая ошибка равна: e(MX)=1.225, т.е. меньшая ошибка увеличивает общую всего на 22.5%. Дальше уменьшать меньшую ошибку незачем – точность мы этим сильно не повысим. Относительной случайной ошибке 10 – 15% отвечает норма обследования 100-50 экз., см. (11.2).

Норму обследования надо разбить на серии из нескольких, а то и из одного парного взмаха. Так же поступают американцы (Blickenstaff, 1966).

В случае, если объектов несколько, и численности их различаются на порядки, то возможно назначение нескольких норм обследования, каждая для своего объекта. Учетчики знают, какую досаду вызывает необходимость подсчи-тывать с точностью до одного экземпляра десятки тысяч тлей, трипсов или личинок клопов, тем более, что пойманные сверх нормы информативность результатов не увеличивают, но могут блокировать работу, исчерпав трудоресурс.

Отсюда процедура назначения нормы обследования:

1. Задать относительную случайную ошибку e (класс точности), взяв ее из интервала (0.1,... 0.3), то есть 10-30%.
2. Вычислить норму обследования в экз. объекта: $N=(1/e)^2$.
3. Произвести пробное кошение и оценить число особей на 1 взмах a.
4. Вычислить норму обследования взмахов n: n=N/a.

5. Разбить норму обследования на пробы из нескольких, самое меньшее из одного парного взмаха каждая. Наметить маршрут.
6. Провести учет по составленной схеме.

Личная ошибка учетчика, конечно, не исключительная принадлежность учетов энтомологическим сачком. Обычный прямой счет на площадках или трансектах дает тому много примеров (Onsager, 1977). Есть и нормы обследования, назначенные исходя из ошибки учетчика (Кудрин, Полякова, 1979).

Таким образом, мы кратко рассмотрели последовательность планирования учета. Сначала проводят работы предварительного ознакомления, включая рекогносцировочные учеты. Назначают сплошность и очередность предстоящего обследования по стратам, на которые, возможно, пришлось или удалось разбить территорию в целом или отдельные учетные единицы. Выбирают учетные показатели и соответствующие им методы учета. Уясняют цель учета – получить материал для обзора по всем учетным единицам или/и принять решение на каждой из них.

Для каждой учетной единицы назначают маршрут и норму обследования, а также размер проб. Если учитывают более чем один объект, решают вопрос о возможных нескольких размерах проб, а то и о разных методах учета.

Если цель обследования – обзор размещения объекта по территории, норму обследования назначают, поровну распределяя ресурс обследования между всеми учетными единицами. Если на каждой учетной единице принимают решение (оперативное обследование), то можно прибегнуть к сплошному малоточному обследованию методами большой производительности с последующим уточняющим обследованием наиболее интересных единиц, или же к последовательному статистическому анализу, построив план обследования. В этом, как и в любых других случаях, надо переходить к более точным и более трудоемким способам учета лишь после того, как исчерпаны возможности более дешевых и менее точных.

При планировании учетов надо всегда помнить о важнейшей компоненте систематической ошибки – личной ошибке учетчика. Личную ошибку по отношению к коллективу учетчиков оценивают с помощью коэффициента вариации. По отношению к учитываемой величине – средней численности личную ошибку учетчика, как и любую систематическую ошибку, можно оценить, лишь сравнивая различные методы. Вообще же величина систематической ошибки дает исходную точку для назначения верхнего предела нормы обследования такого, что при дальнейшем ее увеличении уже не возрастает точность оценок.

Таким образом, оценка систематической, в том числе личной, ошибки дает ценный материал для планирования обследований.

12. ГЛАЗОМЕРНЫЕ ОЦЕНКИ

Мы люди бедные и по бедности
своей мелкоскопа не имеем,
а у нас так глаз пристрелявши.
Н.С. Лесков

Учет с помощью глазомерных оценок очень распространен. В частности, именно они поставляют основной корпус данных полевой фитопатологии. Здесь мы рассмотрим только случай, когда балльная оценка первична. Вне нашего рассмотрения оставим практику, когда первичные отсчеты – приборные или счетные, а потом их массив разбивают на несколько градаций, с целью классификации объектов по обозримому числу классов. Сейчас нас интересуют проблемы, разрешаемые с помощью глазомерных оценок, а также – создаваемые практикой их применения.

Главный их порок – низкая точность. Достоинства – высокая производительность и дешевизна. Задача планирования здесь в том, чтобы, не поступаясь производительностью, обеспечить максимально возможную точность. Прежде чем указать пути планирования измерений с помощью глазомерных оценок, рассмотрим их свойства и дадим некоторые определения.

Глазомерные оценки различаются прежде всего своим отношением к измеряемой величине. Во многих случаях им можно сопоставить приборные измерения или счетные оценки. Таковы, например, шкалы для оценки численности тлей (Heathcote, 1972). Так, шкала Банкса (Banks, 1954) имеет словесные и буквенные обозначения градаций: very light – V, light – L, medium – M, heavy – H. Дано описание каждой градации. Кроме того, для градаций даны средние численности бобовой тли на растение: V=129, L=1421, M=7533, H=15085 экз.

Таковы же, по большей части, шкалы для оценки поврежденности листьев насекомыми с грызущим ротовым аппаратом (Чесноков, 1962). Вполне измеримы густота стояния и проективное покрытие при учете качества растительного покрова, для чего проделана работа по градуировке геоботанических шкал обилия (Раменский и др., 1956). Будем называть такие шкалы и отсчеты по ним приводимыми.

Приводимыми можно считать шкалы пораженности злаков ржавчинами, например, известную шкалу Петерсона, мучнистой росой (Чумаков и др., 1980).

Кроме того, глазомерные шкалы применяются в случаях, когда оцениваемая величина не поддается прямому измерению и даже недвусмысленному определению. Примером может служить оценка состояния посевов и растений (Леонов, Захарова, Сакс, 1971), при которой, в сущности, эксперт (учетчик) оценивает свое впечатление о посеве. Таковы же шкалы глазомерной оценки пораженности пшеницы и ячменя корневыми гнилями, обзор которых дала В.А.Чулкина (1973). Шкалы оценки пораженности листьев и стеблей всякого рода пятнистостями. Угнетения растений тлями (Николенко, Омельченко, 1980). Такие шкалы и отсчеты по ним будем называть автономными (Кудрин, 1981с).

Шкалы оценки различаются также по числу градаций. Один и тот же объект, очевидно, можно оценить, применяя разные шкалы. Так, М.П.Николенко (1980) для злаковой (пшеничной) мухи предлагает две шкалы:

“Визуально можно дифференцировать сорта по баллам, только резко различающиеся своей поврежденностью. При браковке селекционного материала целесообразно пользоваться трехбалльной, а при изучении коллекционного – пятибалльной шкалами.

Трехбалльная шкала:

1 балл – повреждено растений до 15%,

2 “ – “ “ от 16 до 40%,

3 “ – “ “ свыше 40%.

Пятибалльная шкала:

1 балл – повреждено до 10% растений,

2 “ – “ от 11 до 20% “ ,

3 “ – “ от 21 до 30% “ ,

4 “ – “ от 31 до 40% “ ,

5 “ – “ свыше 40% “ .”

Нуль, очевидно, тоже деление шкалы, так что на самом деле перед нами шкалы с 4 и 6 делениями. Ниже мы будем обозначать шкалы так – (0-3;1) что означает:

“шкала с делениями от 0 до 3, через 1 балл”, или просто (0-3), упоминая разницу между соседними делениями только, если она не равна единице.

А она не всегда равна единице. Иногда учетчики выставляют дробные баллы; иногда запись имеет такой вид: “1-2”. Трудно приписать ей другой смысл, чем “1.5”. Есть и методики, вводящие практику дробных баллов. Так, Ахуджа и Паяк (Ahuja & Payak, 1983) вместо ранее бывшей шкалы (1-5) стали применять деления через 1/2 балла – 1, 1.5,...; в наших терминах (1-5; 1/2). Свою практику оценки они назвали pathometry.

Следует упомянуть также шкалы с переменным делением. Иногда авторы методик выделяют отсчет 0.1 балла: 0, 0.1, 1, 2, 3, 4. Будем обозначать такие шкалы (0-4; 1,0.1). Их предлагали В.А.Чулкина (1972) для оценки корневой гнили яровой пшеницы и М.Д.Вронских (1984) для оценки гнилей корзинок подсолнечника (Селиванова, Затямина, 1996), в обоих случаях (0-4; 1,0.1). Идея В.А. Чулкиной – опознавать отсчет 0.1 встретила аргументированную критику (Чумаков, Коршунова, Щекочихина, 1974). Вообще же выделение нечисловой градации в числовой балльной шкале иногда считается полезным. При оценке типа реакции сортов пшеницы на ржавчину степень развития пустул оценивают по шкале Стэкмена и Левина (0-4;1,X,0'), где балл X обозначает гетерогенную реакцию; балл 0' – иммунную по типу сверхчувствительности – мелкие некротические пятна (Попкова, Качалова, 1984).

Существует разнообразие точек зрения на то, сколько должно быть градаций у шкал экспертной оценки при одной и той же натуральной величине (Алехин, 1925; Чулкина, 1973; Kreeb, 1977). В большинстве шкал, назначенных без всякого обоснования, от 5 до 9 градаций. Это согласуется с хорошо известным в психологии количеством одновременно запоминаемых несвязных элементов – 7±2(Миллер, 1964, Бобнева, 1965).

Шкалы со слишком большим числом градаций постепенно выходят из употребления, как, например, геоботаническая десятибалльная шкала О.Хеера (Heer, 1835), цит. по В.В.Алехину (1925). Были даже попытки еще ее расширить (Hult, 1881) до 12-балльной. Из этого, конечно, ничего путного не вышло.

Очевидно, число градаций шкалы не должно противоречить закону восприятия натуральной величины учетчиком. Отождествление числа классов распределения натуральной величины с числом баллов шкалы (Зайцев, 1973, 1975) не основано на особенностях восприятия, зависит от объема оцениваемого материала, от произвола, почти неизбежного при разбиении на классы, и ниже как принцип построения шкал не рассматривается.

Мы постараемся рассматривать только возрастающие шкалы, т.е. такие, у которых большему значению натуральной величины соответствует и больший балл. Впрочем, не всегда ясно, к левому или правому краю балльной шкалы натуральная величина больше. В методических руководствах порой соседствуют шкалы, в одной из которых при оценке общего состояния растений отсчету 0 соответствует “растение полностью погибло”, а 5 – “отличное состояние”; в другой же шкале при оценке зимостойкости, напротив, 0 – “все листья перезимовали”, а 5 – “очень сильное вымерзание” (Леонов, Захарова, Сакс, 1971). Это не только вопрос терминологии. Правильный выбор направления, в котором натуральная величина возрастает, важен при построении шкал, в особенности неравномерных.

Среди приводимых шкал можно различить равномерные и неравномерные. Отсчет z по равномерной шкале есть огрубление до целого числа линейной функции от оцениваемого значения натуральной величины x:

$$z=[x/a+1/2]; \tag{12.1}$$

a – цена деления шкалы, x=x(z) – натуральная цена отсчета.

Неравномерные шкалы могут быть с равномерно возрастающей ценой деления или нет; иногда мы их будем просто называть равномерно или неравномерно возрастающими. Отсчет z в равномерно возрастающей шкале чаще всего связан с натуральной величиной следующим образом:

$$z=\begin{cases}0 \quad \text{при} \quad x \le x(0); \\ [a \cdot \ln x + 1/2] \quad \text{при} \quad x > x(0);\end{cases} \tag{12.2}$$

a здесь – константа; x(0) – порог различения. x=x(z) – так, как и выше, натуральная цена отсчета. Построение шкал, примерно соответствующих (12.2) следует закону восприятия, известному как закон Вебера-Фехнера (Джемс, 1991). Неравномерно возрастающие шкалы, в которых цена деления сперва возрастает, потом убывает, мы далее не рассматриваем. Равномерны ли автономные шкалы, по определению неизвестно.

Шкалы характеризует также процедура их применения. Балл можно выставлять пробе – растению, его части (у злаков – побегу), отдельному органу или его части. А можно в целом единице учета – полю, делянке. Соответственно мы будем различать статистическую и разовую процедуру. Далее указан критерий выбора между двумя этими процедурами. К процедуре применения шкалы относится также употребление эталонов, шаблонов. Сразу скажем, что оно весьма желательно. Разработка шаблонов не так трудна, как кажется (Parwiz, 1977; Богачева, 1977). Они повышают точность оценки и облегчают управление учетом. Роль шаблона в селекционном процессе часто выполняет стандарт. Во многих случаях в питомниках отбора селекционеры сеют его чаще, чем надо бы по статистическим соображениям. Сознательно или нет здесь проявляется потребность иметь перед глазами эталон и "выправлять на нем глаз", по выражению одного селекционера.

Руководитель программы или учетчик, собирающийся использовать глазмерные оценки, должен так же планировать учет, как и в случае приборных и счетных оценок. Сначала надо выбрать шкалу из существующих или принять новую. Назначать новые шкалы приходится нечасто. В литературе обычно можно найти одну или несколько шкал, приспособленных к оценке нужной нам натуральной величины на данном или родственном объекте. Преимущества новой шкалы должны быть бесспорны, иначе лишь возрастет методический разнобой. Допустим, дана только одна шкала. Как проверить ее качество, прежде чем пускаться на поиски новой? М.И.Минквич и К.П.Шашкова (1972) как критерий качества шкалы предлагают нормальность отсчетов по ней. Это свойство желательно, но может не иметь отношения к действительности.

Стремление к нормальности отсчетов порождает порой довольно экзотические приемы. Ж.Амарал (J. Amaral, 1969) предложил следующий прием:

Обычная оценка: $I=(n1+2\cdot n2+3\cdot n3)/N$, где $N=n0+n1+n2+n3$.

Амарал предлагает новый индекс: $I'=\sin 2w$,

где $w=0.39g(1)+0.22\sqrt{p(123)}\,g(2)+0.39\sqrt{p(23)}\,g(3)$,

$g(i)=\arcsin\sqrt{(f(i)}$, $f(1)=(n1+n2+n3)/N$,

$f(2)=(n2+n3)/(n1+n2+n3)$, $f(3)=n3/(n2+n3)$, положив, что дроби равны нулю, если их числители равны нулю. Далее,

$p123=p1+p2+p3$,

$p23=p2+p3$,

p(i) суть частоты соответствующих баллов. Индекс вычисляют по каждой клетке опытного посева.

Этот прием не обрел популярности. Им, насколько мне известно, воспользовался лишь Ж.Г.С. да Силва (da Silva, 1969), опубликовавшийся в одном номере журнала с Амаралом.

По Г.Н.Зайцеву (1973) шкала должна воспроизводить исходное распределение, что кажется более верным. Но из этого условия трудно получить критерий для поверки шкалы. Потом неясно, что делать с автономными шкалами. Ведь у них распределение натуральной величины неизвестно по определению.

Если шкала приводима, то она должна оценивать натуральную величину. Если шкала автономна, то разные учетчики должны на одних и тех же объектах воспроизводить отсчеты друг друга. Б.Г.Миркин (1974) полагает, что если оценки разных экспертов или их групп скапливаются вокруг достоверно разных средних в соответствии с установками экспертов разных школ, то научных средств для получения оценок вообще нет. Это не совсем так. Ниже мы рассмотрим эту, вообще, типичную ситуацию.

Изложенное выше требование – воспроизводимость оценок исполнимо в той мере, в какой шкала соответствует возможностям учетчиков. Они должны реально и надежно различать ее градации. В этом смысле предпочтительнее неравномерные шкалы с равномерно возрастающей ценой деления (12.2). Например, в иммунитете растений такие шкалы преобладают. Но это – случай совпадения закона восприятия и задач исследования. Такое бывает не всегда. При изучении иммунитета важно различать слабо поражаемые образцы от вполне устойчивых. Поэтому вполне логично построение шкал у М.П. Николенко, см. выше, где все градации, кроме одной, сосредоточены до 40%. Разницы в интервале 40-100%, конечно, существенны для продуктивности посева озимой пшеницы, но их незачем измерять – в этом интервале малоперспективно искать устойчивые сортообразцы.

В этом смысле равномерная шкала Института зерновых колосовых в Крагуеваце для оценки устойчивости к пьявице: 0, 20, 40, 60, 80 и более % представляется не слишком удачной. Лучше шкала Чеснокова: 0, до 5, 25, 50, 75 и до 100% (Шапиро, Вилкова, 1973).

Однако, если проводят обзорные или оперативные обследования в защите растений для оценки потерь урожая, то шкала Чеснокова уже не выглядит столь хорошо. Дело в том, что снижение урожая от 0 до 25% (разница 2 балла) не таково, как от 50 до 100% (те же 2 балла). Не очень достоверно, что растение вообще замечает разницу между 0 и 5%. Точные измерения влияния потерь листовой поверхности на урожай часто показывают, что повреждение до 50% поверхности, особенно всходов, не много, но существенно повышает урожай (Щербинин, 1933, Полякова, 1972, Singh & Nair, 1975, Чернов, 1996).

Есть и еще одно. Усреднение для оценки потерь неравновесных и неравноточных оценок ведет к завышению среднего балла и к преувеличению опасности повреждений. Можно, что и правильно, усреднять не баллы, а средины межбалловых интервалов в процентах, как рекомендуют в своем учебнике К.В.Попкова и З.П.Качалова (1984), но лучше это все же делать при оценке устойчивости растений к вредителям. Шкала Чеснокова, тем не менее, наиболее распространена в оперативной практике, куда ее некритически перенесли из практики оценки коллекций ВИР.

В общем, то, что хорошо в одной области применения, может быть неудачным в другой. В оперативной практике надо предпочесть равномерную шкалу, выбросив из шкалы Чеснокова градацию 5%, или применив шкалу Института зерновых в Крагуеваце. Разумеется, неуместна pathometry (см. выше). Психика большинства учетчиков приспособлена к пользованию шкалами с небольшим числом баллов, что и надо иметь в виду, предлагая шкалы, предназначенные для экспертов массовой квалификации.

В практике приборных измерений общее правило – регулярная поверка измерительного инструмента. Для балльных оценок такой инструмент состоит из учетчиков и шкалы. Поверка должна оценить ошибку “инструмента”, выявить пригодность каждого учетчика к пользованию шкалой, выбранной как первое приближение и решить ряд других задач.

Введем критерий и основанную на нем процедуру поверки качества шкалы. Будем исходить из примерного равенства ошибок (компонент дисперсии) разного происхождения. Отсчет по каждому баллу равномерно распределен в единичном интервале (например, балл 2 – от 1.5 до 2.5), а его дисперсия есть поправка Шеппарда – 1/12, см. также гл. 4. Естественно потребовать, чтобы компонента дисперсии от просчетов учетчиков была не больше. Тогда, если известны точные оценки учетного параметра или средние из отсчетов нескольких учетчиков, то сумма квадратов отклонений от них, умноженная на 12, равна числу степеней свободы. Если величина:

$$C = 12 \cdot \sum_{i=1}^{k} (MX(i) - x(i))^2 \tag{12.3}$$

существенно больше k, это значит, что учетчики не различают делений шкалы и грубые ошибки чересчур часты. Если она существенно меньше, это значит, что шкала чересчур груба; учетчики способны различить больше градаций. О существенности можно судить, если знать распределение критерия C. Поскольку здесь отношение суммы квадратов к теоретической дисперсии, то можно подумать, что C распределен по закону хи-квадрат с k степенями свободы, см. главу 5.

На самом деле, хотя C аддитивен и имеет такое же математическое ожидание, как хи-квадрат, отличается меньшей дисперсией. И в самом деле, второй центральный момент серии отсчетов, как сказано:

$$m(2) = \int_{-1/2}^{1/2} x^2 dx = x^3 / 3 \Big|_{-1/2}^{1/2} = 1/12, \tag{12.4}$$

Аналогично, четвертый момент:

$$m(4) = \int_{-1/2}^{1/2} x^4 dx = x^5 / 5 \Big|_{-1/2}^{1/2} = 1/80, \tag{12.5}$$

Отсюда дисперсия величины C:

$$DC=144k(m(4)-m^2(2))=4k/5, \tag{12.6}$$

в то время как дисперсия хи-квадрат равна 2k. Поскольку C – сумма большого числа независимых случайных величин с одинаковой конечной дисперсией, то, в силу центральной предельной теоремы, ее распределение быстро сходится к нормальному с MC=k и DC=4k/5. Величина:

$$t=(C-k)/\sqrt{(4k/5)}, \tag{12.7}$$

имеет распределение Стьюдента с k степенями свободы.

Одного учетчика поверяют так. Ему предлагают оценить некоторое число (k) объектов, например, растений, каждое из которых снабжено этикеткой с номером. Затем, чтобы вытеснить из памяти учетчика сделанные оценки, ему предлагают оценить другие растения, даже не относящиеся к этому учету. На другой день ему предлагают снова оценить те же растения. Вычисляют величину:

$$C = 3 \cdot \sum_{i=1}^{k} (x(1i)\text{-}x(2i))^2, \qquad (12.8)$$

где x(1i) – отсчет на растении с номером i в первый день, x(2i) – то же во второй. Вычисляют t-критерий по (12.7). Имеющийся опыт поверки показывает, что свои результаты при обычных нормах обследования воспроизводят надежно, т.е. с дисперсией 1/12 лишь научные сотрудники, самостоятельно работающие с этим объектом по нескольку лет, и то не все. Собственная ошибка шкалы тесно связана с личной ошибкой учетчика, именно с тем, насколько стабильна *установка* учетчика, т.е. его представления о шкале, о степени сходства объекта с эталоном, если таковые налицо, о природе оцениваемого объекта. Имеет значение и просто психическая устойчивость, но не это у нас в предмете.

Если учетчиков несколько, то нумерованные растения предлагают по очереди каждому из них для проверки воспроизводимости оценок. Пользуются формулой (12.3). Затем материал делят на партии по числу участников поверки и предлагают каждому оценить свою часть назавтра для проверки своих вчерашних результатов.

Conditio sine qua non поверки – независимость отсчетов. Один удачный любопытный взгляд в соседнюю ведомость учета сводит работу на-нет.

Если встает вопрос о браковке учетчиков, то вначале решают, какие учетчики нужны. Могут быть, прежде всего, нужны учетчики, лучше воспроизводящие средние по растению оценки коллектива. Для двух учетчиков вопрос, конечно, неразрешим. Но дело в том, что если их больше и нужна компактная группа оценок (см. выше замечание Б.Г.Миркина), то оценку (12.3) вычисляют для каждого. Так как общее число степеней свободы здесь (n-1)·k, то их приходится на каждого (n-1)·k/n.

Если, далее, один из учетчиков – руководитель программы, то вопрос не бессмыслен и для двух учетчиков. Например, руководитель хочет иметь учетчиков, дающих с ним однообразные оценки. Если учетчиков при этой постановке вопроса несколько, то значения MX(i) суть оценки объектов образцовым учетчиком. В таком случае образцовому учетчику полезно предварительно убедиться в хорошей воспроизводимости своих оценок, применив к себе критерий и процедуру поверки.

И наконец, могут быть желательны учетчики, хорошо воспроизводящие собственные оценки, независимо от разницы между ними. Это может быть, если с ними предстоит работать дальше. Устойчиво неправильную установку легче изменить путем обучения, чем сменить нестабильность на стабильность.

Уровень вероятности нуль-гипотезы для выбраковки одного учетчика из n можно выбрать с помощью равенства (6.1). Но могут иметь значение и соображения, посторонние статистическим процедурам и критериям, особенно учитывая, что принятые стандартные уровни значимости произвольны.

Рассмотрим примеры, полученные при оценке пораженности растений гороха афаномицетной корневой гнилью. Оценивали по В.В.Котовой и М.Ю.Степановой (1979), шкала (0-4) (Кудрин, Забабурина, Козлов, 1982).

Пример 12.1. Два учетчика оценили каждый по 100 своих растений, а затем – их же повторно (табл. 12.1).

Первый учетчик хорошо воспроизводит свои отсчеты, а второй делает много ошибок, в частности, четыре грубых. Оба хорошо воспроизводят свои средние оценки. Первый учетчик может без ограничений проводить учеты любого назначения, в частности, с использованием отсчетов на каждом растении, например, для оценки вредоносности корневой гнили. Можно надеяться, что с увеличением объема выборки его не “зашкалит”, т.е. сохранится соотношение $C = k \pm \sqrt{(4k / 5)}$.

Второго учетчика можно использовать для оценки средних. Если же нужны его оценки по каждому растению, то норму обследования можно оценить следующим образом. Введем величину $u=(C-k)/k$. Обозначим норму обследования m. Очевидно, ее можно вычислить из соотношения:

$$t > u\sqrt{(5m) / 2}, \tag{12.9}$$

где t – значение t-критерия, отвечающее выбранному уровню значимости нуль-гипотезы $C \approx k$. В нашем случае искомая предельная норма обследования для второго учетчика около 11. И для оценки средних ему надо предложить, возможно, не статистическую процедуру, а разовую (см. выше). Как ее назначить, мы обсудим ниже.

Во всяком случае, учетчика, делающего 4 грубые ошибки за полчаса работы (примерно столько длится оценка 100 растений), должно использовать иным образом.

Пример 12.2. Шесть учетчиков оценивали одни и те же 100 растений гороха на пораженность афаномицетной корневой гнилью. Исходные данные – в табл. 12.2, обработка – 12.3.

Как легко усмотреть непосредственно из таблицы, случаи полного сов-падения нечасты. Их 11. Средняя частота попарного совпадения оценок 0.692.

Все шесть учетчиков достоверно расходятся в оценке пораженности большей части растений. Нужно или отказаться от совместного использования любых двух учетчиков из числа поверенных в данной схеме, или же сформулировать задачи учета и назначить норму обследования так, чтобы совместное применение учетчиков имело смысл.

Таблица 12.1

Оценка x1 и повторная оценка x2 двумя учетчиками выборок по 100 растений. $d^2=(x1-x2)^2$. mx1 и mx2 – средние.

Первый учетчик									Второй учетчик								
x1	x2	d^2	x1	x2	d^2	x1	x2	d^2	x1	x2	d^2	x1	x2	d^2	x1	x2	d^2
3	3		3	2	1	1	1		0	0		0	0		2	2	
1	2	1	1	1		1	1		0	1	1	3	3		3	3	
1	0	1	1	1		1	1		3	1	4	0	0		3	2	1
3	3		2	2		1	1		3	3		2	2		3	2	1
2	2		1	1		1	1		4	3	1	0	1	1	1	1	
2	2		1	1		3	3		2	2		2	1	1	1	0	1
3	2	1	1	2	1	2	2		3	3		2	2		3	3	
3	2	1	3	2	1	2	2		3	3		1	1		0	0	
2	1	1	1	1		3	2	1	2	0	4	2	2		2	3	1
2	2		0	1	1	1	1		3	2	1	1	1		3	3	
2	2		2	3	1	3	3		1	2	1	2	2		4	3	1
2	2		1	1		1	2	1	4	3	1	1	1		0	1	1
1	1		3	2	1	1	1		3	3		1	2	1	1	1	
3	3		2	2		3	3		1	1		1	1		3	3	
1	2	1	1	2	1	2	2		3	2	1	3	3		1	2	1
1	1		2	1	1	2	2		2	3	1	2	2		3	3	
2	2		2	2		1	1		3	3		3	2	1	2	1	1
1	1		2	2		3	3		3	3		2	3	1	3	3	
1	1		1	1		3	3		3	3		1	3	4	2	3	1
3	3		2	2		2	3	1	3	3		3	3		2	2	
2	2		3	2	1	1	1		3	3		2	2		1	2	1
2	3	1	2	2		3	2	1	1	1		0	1	1	3	3	
1	1		3	3		3	2	1	3	3		3	3		0	1	1
3	2	1	2	2		2	1	1	3	3		3	2	1	3	2	1
3	3		3	3		3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1
3	2	1	3	3		3	2	1	3	3		1	1		2	2	
1	1		3	3		3	3		3	3		2	1	1	2	2	
2	2		2	2		2	2		3	3		2	2		3	1	4
1	1		3	3		2	2		3	3		3	3		3	3	
3	3		2	3	1	3	2	1	3	3		3	3		2	2	
3	2	1	2	1	1	2	2		1	1		1	0	1	2	2	
2	2		2	2		2	2		0	1	1	2	2		3	3	
2	1	1	3	2	1	1	1		3	3		1	2	1	1	2	1
						1	1								2	1	1
mx1				2.01±0.083									2.14±0.108				
mx2				1.87±0.075									2.07±0.096				
C				96									153				

a	≈0.50	<0.001

Таблица 12.2

Оценка одних и тех же 100 растений 6 разными учетчиками.

Числа записаны без пробелов

Номера учетчиков							
123456	123456	123456	123456	123456	123456	123456	123456
222212	111001	111111	234332	111111	212102	311111	121101
211111	222112	112201	011101	111101	212111	222222	312211
211201	222222	222222	122111	221211	222102	111111	212112
211101	111101	101100	211101	221111	211111	221122	110000
111112	221111	221211	222222	222112	012111	111111	111101
111101	211111	111100	222122	211101	222112	122121	222222
111101	211222	212202	212112	321101	122111	110101	112112
111201	222212	222211	322211	110112	322212	223211	333333
211101	212111	212201	222102	221111	322212	202101	423332
221211	222112	110101	111101	222121	100000	111101	112222
021111	101101	000100	122121	111212	122212	222122	222122
211101	212212	212111	112111	112211	111101	221111	221232
	311201		211101		101101		111111

Учетчики не всегда удовлетворительно воспроизводят свои же отсчеты на растениях и как правило плохо воспроизводят отсчеты друг друга. Инструктаж лишь отчасти помогает делу. Сотрудник и его лаборант, несколько лет работавшие вместе, как показывает практика, могут иметь разные установки. Тем более трудно согласовать установки лиц разного опыта и квалификации из разных мест, как например, в сети пунктов прогнозов и сигнализации или в разных научных учреждениях.

Впрочем, несмотря на плохую воспроизводимость отсчетов и существенно разные законы распределения последних, средние и дисперсии могут воспроизводиться хорошо. В случае независимости отсчетов средние в этом случае будут сходиться, правда, с разной скоростью, к одному и тому же нормальному закону. Это делает возможным использование нескольких учетчиков в одной схеме опыта, если последний не предусматривает исследование зависимостей, проверяемых на каждом растении. Схема может быть разобщена географически, и тогда использование разных учетчиков неизбежно. Даже если всю схему обследует один учетчик, может предстоять сравнение его выводов, например, с литературными данными. Поэтому продолжим рассмотрение случая нескольких учетчиков.

Таблица 12.3

Статистические свойства выборки из 100 растений
по оценке разных учетчиков

Оцениваемые величины	Учетчики					
	1	2	3	4	5	6
Число отсчетов, балл 0	4	6	6	3	37	5
“ “ “ 1	37	52	47	65	45	60
“ “ “ 2	50	40	43	29	14	34
“ “ “ 3	8	2	3	3	4	1
“ “ “ 4	1		1			
Средняя	1.65	1.38	1.46	1.32	0.85	1.31
Ошибка средней	0.073	0.063	0.070	0.058	0.081	0.058
Критерий С	498	182	266	222	638	846

Норму обследования находят из эксперимента по поверке учетчиков следующим образом. Проводят однофакторный дисперсионный анализ; учетчики – градации фактора, отсчеты – повторности. Отсчеты не совсем независимы, поэтому лучше двухфакторный анализ с одним наблюдением в ячейке. Но ограничения, с которыми последний связан, заставляют остановиться на однофакторном анализе и пренебречь этой зависимостью, которая впрочем слаба. Если F-критерий существен, вычисляют факториальную дисперсию S^2(ф). Для этого из факториального среднего квадрата вычитают случайный средний квадрат $S^2(0)$ (случайную дисперсию) и остаток делят на число растений. Норма обследования на одного учетчика составит:

$$n=a^2S^2(0)/S^2(ф), \qquad (12.10)$$

где $1<a<2$ – планируемое отношение систематической (личной) ошибки к случайной. Не следует брать величины $a>2$. Повышая тем самым норму обследования, можно как угодно уменьшить случайную ошибку, но личная ошибка учетчика все равно останется и точность повысить не удастся. В табл. 12.4 помещены результаты дисперсионнного анализа данных из табл. 12.2, в том числе с выбраковкой резко отклоняющегося учетчика № 5.

Таблица 12.4

Расчеты нормы обследования

Материал	S^2(ф)	S^2(0)	F	Степени свободы	Сред-няя	n	
						a=1	a=2
Все учетчики	0.0659	0.4596	15.3	5/594	1.328	7.0	28.0
без 5 учетчика	0.0153	0.4208	4.6	4/495	1.424	27.5	110.0

Данные табл. 12.4 показывают, что если состав учетчиков неизвестен (например, в ведомственной сети) то не следует назначать норму обследования больше 25 растений на одно поле, а если проводили поверку учетчиков с выбраковкой отклоняющихся, то не более 100 растений. Дальнейшее повышение нормы обследования точность результатов не увеличивает.

Норму обследования назначают на одно поле или разность полевого опыта. Если делянки размещены в рандомизированных блоках, а блок обрабатывают как фактор опыта, то норму обследования назначают на одну делянку. Нужно также помнить, что в обстановке обследования личная ошибка учетчика может быть больше, чем в обстановке поверочного эксперимента.

Планирование учетов в случае одного учетчика, хорошо воспроизводящего свои отсчеты (как учетчик N° 1 в табл. 12.1) исходит из того, что его личная ошибка норму обследования не ограничивает. Трудности заключаются в трудоемкости. Не утомляясь, а значит, не теряя внимания, учетчик способен оценить в день около 500 растений. Рекордно – 2000 в день (один оценивает, один – пишет, потом меняются). Но это достижимо лишь при полном освобождении эксперта от вспомогательных работ – отбора, доставки, отмывки проб, организационных проблем.

Норму обследования, впрочем, не надо чрезмерно увеличивать и по причине ограниченной точности полевого опыта. Измерения какой бы то ни было величины с относительной ошибкой $b<5\%$ бессмысленны, так как точность самого опыта не выше. Поскольку коэффициент вариации корневых гнилей по растениям колеблется в пределах 30-70%, то верхний предел нормы обследования составит, без учета систематической ошибки:

$$40<n=V^2/\beta^2<200. \qquad (12.11)$$

Следующее, что ограничивает норму обследования полевых факторных опытов сверху, это величина подлежащих регистрации эффектов. Чем явственнее влияние изучаемого фактора, тем меньше должна быть норма обследования.

Выше, при обсуждении материала табл. 12.1, говорилось, что если учетчик хорошо воспроизводит свои средние оценки, но плохо – свои же отсчеты, то, может быть, статистическая процедура вообще неудачна. Похоже, что в этом случае учетчик не считывает, а генерирует отсчеты. Отсюда недалеко и до (само)обмана. Уж лучше разовая процедура. Объективно ее надо назначать, если формулы (12.9) и (12.11), последняя – применительно к воспроизводимости своих отсчетов, дают существенно различающиеся нормы обследования. На предпочтительность разовой процедуры указывают Сен и соавт. (Sen, Chakrabarty & Sarkar, 1966).

Рассмотрим теперь переход от баллов к натуральному показателю. Мы увидим ниже, в примере 12.3, что, даже идеально пересчитанная, натуральная величина не очень коррелирует с соответствующими баллами. Переход, и обратный тоже, связан с потерей точности, которая и без того не очень хороша. Поэтому всегда и во всех обстоятельствах надо этого перехода избегать, а пользоваться прямо средним баллом. В частности относительно него надо проверять статистические гипотезы.

Но при использовании результатов опыта хочется иметь дело с величиной, смысл которой более понятен. В этом качестве в фитопатологии обычен предложенный Мак-Кинни индекс развития болезни (Тарр, 1975), вычисляемый следующим образом:

$$G=\Sigma\xi i\cdot 100\%/(K\cdot n), \qquad (12.14)$$

где ξi – отсчеты в баллах, K – высший балл шкалы (в случае с корневыми гнилями это 4), n – число отсчетов.

Этот способ содержит арифметические ошибки. В формуле (12.14) $\Sigma\xi i/n$, очевидно, представляет средний балл, а величина 100%/K – переходный коэффициент от среднего балла к соответствующему ему индексу в процентах. Этот коэффициент выбран неправильно. В самом деле, пусть все ξi=1. Индекс развития болезни по формуле равен 25%. Как быть в случае, если каждое растение поражено на величину, меньшую 25%? Было бы неверно выставить 0 растениям, пораженным на 20%. Оценка таких растений – 1 балл. Очевидно, 0 – отсутствие признаков болезни, а 1 выставляют при развитии болезни в интервале от 0 (точнее, от порога различения d>0) до 25%. Но тогда средняя цена балла 1 равна 12.5%, а не 25%. Точно так же, индекс развития болезни, отвечающий баллу 2, равен 37.5%, а не 50%,

“ 3, “ 62.5%, а не 75%,

“ 4, “ 87.5%, а не 100%.

Последнее с очевидностью следует и непосредственно из учетов. Урожай с больных растений по баллу 4 вовсе не равен 0 (впрочем, это сильно зависит от произвола учетчика). И только нуль способ Мак-Кинни пересчитывает правильно.

Правильный способ пересчета состоит, очевидно, в подстановке вместо каждого отсчета xi соответствующего ему индекса gi и последующем усреднении полученных оценок:

$$G=\Sigma gi/n. \tag{12.15}$$

На эти обстоятельства впервые указано (Кудрин, 1981c). Сейчас правильная формула пересчета вошла в учебники (Попкова, Качалова, 1984). Впрочем, практика пересчета баллов пораженности в проценты развития болезни “по общепринятой формуле” продолжается (Самерсова, Старостина, 1989; Гринько, Тарасенко, Стрижак, 1996).

Процедура поверки в принципе мало меняется, если есть измерения натуральной величины. Рассмотрим пример.

Пример 12.3. Для оценки численности сорняков в посеве разные (а иногда одни и те же) авторы рекомендуют считывать довольно большой набор показателей. Считывают: 1)число растений, стеблей 1/м^2; 2)сырую (“биоло-гическую”) массу г/м^2; 3) сухую массу г/м^2; 4) проективное покрытие %. Кроме того, 5) признаки 1, 4 считывают глазомерно. Шкалы оценки дают изрядное разнообразие. Упомянем шкалы И.И.Либерштейна (1971, 1979), Б.М.Смирнова (1969), давно употребляемую – А.И.Мальцева (1962), недавнюю – А.В.Фисюнова (1983, 1984). Последняя шкала, не различающая плотность выше 100 1/м^2, соответствует официально принятой методике (Инструкция..., 1986) сведйния численностей для обзора, при чем также все численности выше 100 1/м^2 не различают. Эта шкала и была объектом поверки; оценивали также проективное покрытие по Либерштейну. Обе шкалы – (0-5), неравномерно возрастающие.

На 50 площадках по 1/4 м^2 в посеве гороха подсчитали число сорняков. Затем 5 учетчиков, проходя один за другим, последовательно оценили в баллах плотность сорняков по площадкам; потом так же – проективное покрытие. Результаты учета в табл. 12.5.

Таблица 12.5

Сравнение числа сорняков на площадку k, “истинной” балльной оценки плотности x0 и балльных оценок плотности и проективного покрытия сорняков пятью учетчиками

k	x0	Плотность					Проективное покрытие					k	x0	Плотность					Проективное покрытие				
		учетчики					учетчики							учетчики					учетчики				
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
70	5	4	5	5	5	4	3	2	1	1	2	31	5	4	4	3	3	3	1	2	1	1	2
47	5	3	4	5	5	4	4	2	2	5	4	63	5	4	5	4	5	4	3	2	2	2	4
45	5	4	4	3	3	3	2	2	5	1	1	45	5	5	5	3	5	5	4	4	4	4	5
51	5	3	3	2	2	3	2	1	1	2	2	111	5	5	5	3	5	5	5	5	5	5	5
52	5	4	5	3	2	3	2	2	2	2	2	53	5	4	4	3	4	4	3	3	4	4	4
25	4	3	3	2	2	3	2	1	2	2	1	32	5	3	3	3	3	3	2	1	2	1	1
31	5	4	4	2	2	3	2	1	1	1	1	44	5	4	5	4	4	3	3	3	4	2	2
34	5	3	3	2	2	4	3	2	3	3	3	37	5	4	5	4	4	4	3	4	2	4	4
35	5	3	3	3	3	4	3	3	3	4	4	36	5	4	4	3	3	3	3	2	1	2	3
48	5	5	4	5	2	4	3	2	5	5	4	33	5	4	5	4	3	4	2	2	2	0	2
53	5	5	5	5	4	5	4	4	5	5	5	24	4	3	3	3	3	2	1	1	0	0	1
26	5	3	4	3	3	4	3	2	4	4	4	31	5	4	5	4	4	3	2	2	0	1	4
33	5	4	4	3	3	3	4	3	4	5	4	41	5	5	5	3	5	3	2	3	1	4	4
30	5	4	4	2	2	3	3	1	5	4	4	38	5	4	4	4	3	3	2	3	2	2	3
35	5	4	4	4	2	3	2	1	2	2	2	20	4	3	2	3	2	2	1	1	0	1	2
44	5	5	5	5	5	5	4	3	4	4	4	20	4	3	3	2	3	2	1	2	0	0	1
49	5	5	5	3	3	4	3	2	3	3	3	36	5	4	4	3	3	4	1	3	1	1	3
44	5	4	5	2	4	5	3	3	2	4	4	30	5	4	4	2	4	3	2	3	1	1	2
29	5	3	4	2	2	2	2	2	4	2	3	28	5	3	4	1	4	3	2	3	5	2	3
31	5	4	4	4	2	3	1	1	2	0	1	68	5	5	5	2	5	5	5	4	4	5	4
39	5	4	5	4	3	3	3	3	1	1	3	25	4	5	5	2	4	4	2	2	5	1	3
34	5	5	4	5	2	4	3	2	1	1	3	39	5	5	4	1	5	4	3	4	3	3	4
33	5	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2	24	4	4	5	2	4	3	2	4	3	3	3
30	5	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	26	5	5	4	2	4	3	3	3	3	3	3
33	5	3	3	2	5	3	3	3	5	5	4	27	5	4	4	3	3	4	2	3	1	2	3

Прежде чем приступить к статистическому анализу данных, их следует просто внимательно рассмотреть. Обнаруживается, что отсчеты у двух учетчиков совпадают

10 раз подряд (обведено рамкой). Однако, статистических оснований подозревать подражание нет. Вероятность такого события в массиве 50×5 отсчетов около 1/2, так что на 2 наших массива скорее можно ожидать, что такое совпадение случится, чем нет. Тем не менее, руководителю программы в таких случаях прилична разумная настороженность.

Таблица 12.6

Сравнение средних баллов по учетчикам с “истинной” балльной оценкой численности сорняков

Считываемые показатели	Оценки	Натуральные		Оценки учетчиков				
		отсчет	балл	1	2	3	4	5
Плотность	средняя	38.86	4.88	3.96	4.14	3.06	3.38	3.48
	ошибка	2.19	0.05	0.10	0.11	0.15	0.15	0.12
проективное	средняя			2.56	2.44	2.56	2.50	2.96
покрытие	ошибка			0.14	0.14	0.22	0.22	0.16

Воспроизведение исходного показателя оценивали так. Вначале вычислили коэффициент корреляции r(x0) между прямой оценкой численности и “истинным” баллом, затем – коэффициенты корреляции между натуральной численостью и баллами численности, проективного покрытия у разных учетчиков. Достоверность коэффициентов корреляции оценивали с помощью t-критерия; однородность – с помощью хи-квадрат. В том и другом случае коэффициенты корреляции преобразовывали в z-критерии, см. главу “хи-квадрат”. Результаты см. табл. 12.7.

Таблица 12.7

Коэффициенты корреляции балльных оценок плотности и проективного покрытия сорняков, “истинной” балльной оценки x0 с плотностью (мантиссы); оценка однородности рядов коэффициентов корреляции с помощью хи-квадрат.

Считываемые показатели	Вычисленные оценки	r(x0)	Оценки по учетчикам					mz	$h^2(4)$
			1	2	3	4	5		
Плотность	r	382	411	467	277	443	584		
	t(r)	2.8	3.0	3.5	2.0	2.9	4.6	0.463	3.694
проективное	r		639	415	280	403	401		
покрытие	t(r)		5.2	3.0	2.0	2.9	2.9	0.468	5.627

Можно утверждать, что колебания z-критериев, а следовательно, коэффициентов корреляции от учетчика к учетчику случайны, так как

хи-квадраты из табл. 12.7 близки к ожидаемому среднему для 4 степеней свободы (мат. ожидание =4) и гораздо меньше предельного χ^2=9.49 для p=0.05 и
4 степеней свободы.

Коэффициент корреляции между числом сорняков на площадке и средней по всем учетчикам балльной оценкой плотности равен 0.577. Это даже несколько больше, чем r(x0). Учетчики, то есть, хорошо воспроизводят оцениваемую величину и при этом пользуются, возможно, линейным масштабом. Проверим, может быть, зависимость между численностью и оценкой учетчиками нелинейна?

Линейная модель:

$$y=bx, \qquad (12.11)$$

поскольку здесь всегда и при всех условиях, $x=0 \Rightarrow y=0$.

В качестве нелинейной модели испытаем степенную функцию

$$y=c\cdot x^g. \qquad (12.12)$$

Методы расчета подробнее см. главу “Нелинейные связи”. Здесь надо только указать, что параметры уравнений находят из нк-условия:

$$W = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \varphi_i(x))^2 = \min . \qquad (12.12)$$

Таблица 12.8

Сравнение линейной и степенной аппроксимаций зависимости числа сорняков на 1/4 м^2 от средней оценки 5 учетчиками

Считываемые показатели	Зависимость вида y=bx				Зависимость $y=c\cdot x^g$		
	b	t(b)	r	t(z)	c	g	F
Плотность	10.96	22.02	0.577	4.51	1.1371	0.3189	1.094
проективное покрытие	14.03	17.14	0.408	2.97	0.3565	0.5477	1.015

Качество аппроксимации оценивают с помощью F-критерия:

$$F=(W(2)/k(2))/(W(1)/k(1)), \qquad (12.13)$$

где индекс 1 означает линейную модель; k(1)=49, k(2)=48.

Небольшие величины F-критерия показывают, что нелинейная модель не лучше, но требует вычисления двух параметров, т.е. сложнее, чем линейная. Приходится считать, что в обоих случаях учетчики реализовали в действительности равномерную шкалу с ценой балла в первом случае ~11, во втором – ~14 экз. на 1/4 м^2, вообще, около 50 1/м^2. Получается, что данный коллектив имел установку на шкалу: 0 – 0; 1 – 50; 2 – 100 1/м^2 и т.д. Заметим, что учетчики нередко реализуют не ту шкалу, которая им предписана методикой, а соответствующую их установке.

Оценим теперь норму обследования. Учетчика N° 3 лучше выбраковать. Можно поступить как выше (12.10). Но мы на этот раз воспользуемся двухфакторным дисперсионным анализом с 1 наблюдением в ячейке. Если F-критерий для фактора “учетчики” мал, можно положить, что ошибка содержит только случайную компоненту. Тогда норму обследования назначают исходя из требуемой точности (см. главу “Планирование учета”). Но в нашем случае влияние учетчиков достоверно, см. табл. 12.9.

Таблица 12.9

Расчет нормы обследования для глазомерной оценки плотности
и проективного покрытия сорняков

Считываемый показатель	Факторы	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	F	Норма обследования	
						a=1	a=2
Плотность	учетчики	20.28	3	6.76	18.2	2.70	10.79
	площадки	89.48	49	1.83	4.91		
	случайные	54.72	147	0.37			
проективное покрытие	учетчики	8.30	3	2.77	5.61	8.84	35.38
	площадки	208.61	49	4.26	8.64		
	случайные	72.45	147	0.49			

Норму обследования вычисляют по (12.10). S^2(ф) оценивают иначе – просто делят соответствующий средний квадрат на 50. Нормы обследования малы, но если мы хотим использовать всех учетчиков в одной схеме обследования, увеличивать нормы не следует. Лучше ориентировать учетчиков на оценку проективного покрытия. Если схему обследует один учетчик, норма обследования есть его дневная производительность, деленная на число учетных единиц.

Критерий С для плотности равен 969, для проективного покрытия – 900. По (12.9) это дает нормы обследования менее 1. Оценки, то есть, совершенно непригодны для учетов с использованием отсчетов на каждой площадке, предназначенных, допустим, для оценки вредоносности сорняков.

На этом примере рассмотрим последовательность планирования обследования с помощью глазомерных оценок. Прежде всего руководитель программы должен уяснить себе и возможно точнее сформулировать цель обследования. При этом придется ответить на такие вопросы:

Неизбежно ли применение глазомерной оценки? Дело не только в низкой точности. Последнюю приходится отчасти возмещать тщательным планированием, обдуманным инструктированием учетчиков, проведением поверки с возможной выбраковкой или дополнительным обучением части учетчиков, что порой вызывает трудности не только организационного, но и психологического характера. И все это затем, чтобы в итоге получить не весьма точные данные.

Если есть возможность заменить глазомерную оценку инструментальной или счетной, то так и надо поступить. Но бывает, что она лучше всего. Например, надо обследовать большое количество учетных единиц за время едва достаточное, чтобы их все обойти (объехать). При этом главное – сплошность учета, пусть и в ущерб точности. Как видно, одновременно надо знать ответ на вопрос:

Что вы будете делать с данными, когда они у вас будут? Мы рассматриваем только случай, когда руководитель программы сам решает этот вопрос. Данные в основном можно использовать в виде сводки, обезличивая отдельные отсчеты или даже учетные единицы. А может быть, планируется использование отдельных отсчетов. Обследование может быть частью программы по наблюдению за сорной растительностью, и важно понять, какое место оно в этой программе занимает. Скорость, сплошность особенно важны, когда данные нужны в оперативных целях – для принятия решений (на борьбу, для обоснования срочно подаваемой заявки и т.п.). Требования к точности повышаются при накоплении многолетних данных или при изучении статистических свойств засоренных территорий.

Какую шкалу взять для работы? Существующие и применяемые шкалы назначены в свое время исходя из понятий авторов о свойствах объекта и учетчиков, а также о целях обследования. Но никто их не проверял насчет того, соответствуют ли они восприятию учетчиков. Неизвестно также, почему надо различать именно эти, а не другие градации. Преимуществ ни у одной шкалы нет, поэтому можно взять любую. Шкала А.В.Фисюнова хороша тем, что ее градации совпадают с ведомственной группировкой при сводке данных (Инструкция..., 1986). Шкала, предложенная в свое время для оперативных обследований (Методические указания..., 1974), хороша тем, что груба – всего три градации (до 10, до 50 и свыше 50 1/м^2). Если персонал уже приучен к какой-то шкале, надо взять ее. Неплоха шкала, следующая из примера 12.3.

Какую процедуру избрать – разовую или статистическую? Целям обследования может отвечать та или другая; преимущество процедуры может заключаться в степени субъективного доверия к методике. От этого также зависит качество учетного материала. При статистической процедуре возникает вопрос о числе и размере проб. Число проб оценивают в поверочном эксперименте. Размер площадки при балльной оценке определяют, руководствуясь удобством учета. Размер 1 м^2 соответствует полю зрения стоящего человека; 1/4 – сидящего на корточках; если травостой высокий, лучше 1 м^2. Размеры площадки должны соответствовать междурядьям; при больших междурядьях и площадки больше. Мелкие площадки, например, 0.1 м^2 уместны на всходах и при большой численности невысоких сорняков.

Каков набор сведений, собираемых одновременно? Кроме общей засоренности, может интересовать распределение сорняков по группам (например, однолетние-многолетние), доминирующие виды, карантинные. Ситуацию обследования хочется использовать полнее, но не надо хватать через край. Не собирать сведений, с которыми неясно, что делать.

Перед выполнением основной программы полезно провести поверку шкалы и учетчиков. Поверка должна дать материал для ответа на ряд вопросов.

Однородны ли учетчики в оценке средней засоренности? На это отвечает дисперсионный анализ материала с факторами площадки×учетчики. По формуле 12.10 назначают норму обследования. Снова возвращаются к вопросу о процедуре. Может, лучше разовая? Ошибка разовой оценки $1/\sqrt{12}$ балла.

Имеют ли вообще отношение отсчеты к измеряемой величине? Это проверяют, вычисляя коэффициенты корреляции между отсчетами и счетными или инструментальными оценками натуральной величины. Не следует повторять за некоторыми учебными пособиями не имеющее смысла деление коэффициентов корреляции на слабые, средние, сильные. Довольно, если они достоверны. Нормально, если они близки к 1/2. Если они достоверно больше, это слишком хорошо. Значит, что-то не так. Однородность коэффициентов корреляции по учетчикам проверяют с помощью хи-квадрат. Если коллектив неоднороден, кого-то надо выбраковывать. Впрочем, самых слабых учетчиков можно и нужно браковать без статистических критериев.

Если окажется, что большая часть учетчиков независима в отсчетах от измеряемой величины, это может означать, что учетчики не поняли, чего от них хотят, или величина вообще недоступна их пониманию или восприятию. Возможно, они оценивают нечто, чего и не имел в виду руководитель программы.

Воспроизводят ли разные учетчики отсчеты на одних и тех же объектах? Это проверяют с помощью критерия С.

Соответствует ли шкала свойствам (установке) учетчиков? Несоответствия могут быть разного рода. В примере 12.3 учетчики явочным порядком реализовали равномерную шкалу вместо предусмотренной неравномерной. Возможен случай, когда учетчики не различают слишком частые градации шкалы. Возможны и другие несоответствия. Возможно, придется принимать решение о смене шкалы и процедуры.

Подготовьте поверку. Наметьте последовательность действий. Полигон для поверки разметьте накануне. Маршрут должен быть удобным для обхода, например, кольцевым. Площадки отметьте высокими хорошо видными вешками. Измерьте или сосчитайте натуральную величину. Заготовьте бланки учета с номерами площадок. Учетчикам останется только вписать балл. Форму бланков предусмотрите такую, чтобы с них материал легко было набить в машину. Заготовьте карандаши, лучше – шариковые ручки, планшетки. Прикиньте, с какой скоростью учетчики будут обходить схему и как часто их надо будет выпускать на старт. Полезно заготовить шаблоны – площадки, соответствующие баллам. Можно их слегка прополоть до нужной степени.

Обдумайте, что вы скажете при инструктаже.

Укажите цель работы – учетчики лучше уяснят суть и методы, их реакция даст предварительную оценку их качества.

Суть шкалы, с показом шаблонов, если они есть.

Порядок обхода участка и осмотра площадки.

Что писать в бланках. Если учетчик затрудняется в оценке, предусмотреть символ “нет данных”, например, “#”, “=“ или “x”. Не следует применять символ “-”, так как при обработке данных вместо него часто пробивают “0”. Символ “нет данных” затрудняет обработку, но лучше, если он предусмотрен.

Предупредите о недопустимости разговоров и, еще хуже, сверки записей.

Осведомитесь, есть ли вопросы. Фраза “вопросов нет?” или “все ясно?” неудачна, так как предопределяет ответ. Если вопросов нет, задайте их сами.

Ответьте на вопросы. Если надо, повторите еще раз. Избегайте фразы:
“я же говорил”.

Выразите надежду на серьезное отношение к работе.

Если вы успеете обработать данные поверки, используйте результаты при инструктаже перед основным обследованием.

Сделайте выбор между разовой и статистической процедурой.

Проведите инструктаж.

Разъясните цель и значение обследования.

Если известны результаты поверки, отстраните некоторых учетчиков от обследования, если есть подходящие кандидаты. Лучше всего поручить им какую-то другую работу. Будьте осторожнее с сильными утверждениями. На повторное обучение обычно времени нет.

Назовите избранную процедуру и норму обследования, рекомендуйте маршрут обхода учетной единицы.

Покажите, как накладывать рамку.

Напомните шкалу, которой пользовались учетчики. Менять ее можно только, если она явно не соответствует установке учетчика и новая шкала грубее. Так, в примере 12.3 смена шкалы желательна; в сущности, она уже произошла. Вообще же лучше шкалу не менять на ходу.

Осведомьтесь, есть ли вопросы, ответьте на них.

Снабдите всех бланками учета и рамками, проверьте, у всех ли есть карандаши или ручки.

Выразите надежду на серьезное отношение к делу.

Не говорите долго.

Таким образом, основное препятствие к пользованию глазомерными оценками – их низкая точность (большая ошибка). Применение малоточного метода, основная часть ошибки которого представлена систематической компонентой (личной ошибкой), требует более вдумчивого подхода и тщательного планирования.

Руководитель программы учетов, включающий глазомерные оценки в арсенал своих методов, должен принимать во внимание ряд их свойств, совокупность которых и определит конечный успех (или неуспех) программы.

Шкалы могут быть приводимыми к натуральному показателю, измеряемому инструментально или счетно, или же автономными, не сопоставляемыми непосредственно измеряемой натуральной величине.

Они могут быть равномерными или нет. Равномерны ли автономные шкалы, по определению неизвестно. Шкалы могут различаться по числу градаций. Число градаций и равномерность шкалы должны соответствовать предназначению учетных данных и закону восприятия учетной величины экспертами (учетчиками). Точнее, они должны соответствовать установке данного учетчика или коллектива учетчиков.

Процедура применения глазомерных оценок может быть разовой или статистической. Включать применение шаблонов или нет. При статистической процедуре нужна норма обследования, имеющая разумное обоснование. В таком обосновании нуждается также выбор шкалы, причем может оказаться неудовлетворительной единственная имеющаяся шкала. Требуется и оценка качества учетчиков.

Подготовка к работе должна включать процедуру поверки измерительного инструмента – шкалы и учетчиков. Идея поверки заключается в том, что ошибка оценки не по тому баллу шкалы не должна очень отличаться от собственной ошибки шкалы, которая есть ошибка огрубления. Случайная же ошибка оценки не должна слишком отличаться от систематической ошибки, порождаемой индивидуальной установкой учетчика.

Как поверка, так и сама глазомерная оценка должны быть спланированы и проведены весьма тщательно и осмотрительно. Только при этом условии получат цену хорошие свойства метода – дешевизна и высокая производительность.

13. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПЛОТНОСТЬ КАК УЧЕТНЫЙ ПАРАМЕТР

Три вещи непостижимы для меня,
и четырех я не понимаю: пути орла
на небе, пути змея на скале,
пути корабля среди моря
и пути мужчины к девице.

Агур, сын Иакеев

Подвижные элементы экосистем взаимодействуют с неподвижными и между собой. Взаимодействие элементов происходит при их встрече. Контакт на расстоянии может иметь значение, но он не в предмете нашего рассмотрения.

Для понимания процессов в сообществе нужны оценки параметров, определяющих вероятность встречи. Последнее понятие применимо к описанию широкого круга ситуаций в биоценозах. Первичное заселение посевов фитофагами, поиск полового партнера, спектр отношений хищник-жертва и многое другое может быть исследовано и лучше понято, если иметь оценки параметров, управляющих названной вероятностью.

Никольсон и Бейли (Nicolson & Bailey, 1935) показали, что для ситуации хищник-жертва такой параметр есть area of discovery, то есть площадь (объем), обыскиваемая хищником в поисках жертвы в единицу времени. Для единичной площади, объема area of discovery есть произведение длины следов хищника в единице объема (плотность следов, или динамическая плотность) на эффективное сечение хищника. Регистрацию area of discovery в учетах, очевидно, должно начать с оценки плотности следов, которую будем называть динамической плотностью (Кудрин, 1965). Термин этот в примерно том же объеме с давних пор применяется исследователями мелких позвоночных, о чем мне говорил проф. И.Я.Поляков.

Здесь имеет смысл сказать об оценках эффективного сечения жужелиц. Повидимому, для всех жужелиц, имеющих выемку на внутренней стороне передней голени, а может быть, и не только для них, величина эффективного сечения имеет порядок размаха усиков, для вычесывания пыли с которых служит гребенка из щетинок на дне упомянутой выемки. То есть, они ищут добычу наощупь. Бауэр (Bauer, 1985) отмечает, что для ночных хищников глаза меньше полезны, чем хеты головы, значение которых для поиска жертвы он экспериментально доказал на жужелицах рода Leistus Froel. Это открывает путь для оценки величины area of discovery Никольсона и Бейли. Даже у падальных жуков, несомненно пользующихся обонянием, случайный поиск значит больше, чем можно бы полагать (Shubeck, 1968).

Во “Введении” уже отмечено, что современная научная экология почти без исключений под “численностью” подразумевает учетную оценку только параметра, пропорционального плотности популяции и имеющего ту же размерность, [1/м^2] или [г/м^2] (Сукачев и Дылис, 1969). Может быть, это правильно. Но тогда так же верно то, что описание с помощью параметра лишь одной размерности систем, a priori определяемых многими параметрами разных размерностей, неизбежно будет неполно. Тем более, если речь идет о такой величине, как динамическая плотность.

Идея учета ее в n-мерном пространстве состоит в том, чтобы очертить n-1-мерный консимилятивный контур и регистрировать объекты, траектории которых его пересекают.

На плоскости для этого пригодны ловчие цилиндры (земляные ловушки), известные еще Г.Г.Якобсону (1904) и Далю (Dahl, 1908). Встречающийся термин “ловушки Барбера” (Barber, 1931) лишен смысла. Ловчие колодцы применяли для учета и того раньше (Muesslin, 1888). Списки объектов учета, полученные в одном месте и в одно время с помощью площадок и ловушек, обычно так различаются, что кажется возможным говорить о двух разных фаунах. На самом деле фауна одна. Различен смысл учетного параметра (Кудрин, 1965). Дадим теорию ловушек.

Если представить себе круглую в плане ловушку, отлавливающую все набегающие на нее объекты, то улов Q за время T при числе особей на единицу поверхности (плотность) n и средней скорости перемещения объектов v в ловушку диаметром D:

$$Q = n \cdot v \cdot D \cdot T. \qquad (13.1)$$

Это равенство является решением задачи Бюффона для круглой ловушки. Улов на единицу длины диаметра равен суммарной длине следов популяции объекта на единицу поверхности, т.е. динамической плотности.

Для ловушки произвольной выпуклой конфигурации

$$Q = n \cdot v \cdot p \cdot T/\pi, \qquad (13.2)$$

где p – периметр (Гнеденко, 1969).

Интерпретация результатов учета с использованием решения задачи Бюффона (13.1), (13.2) предложена впервые 30 лет назад (Кудрин, 1965). До этого лишь Митчел (Mitchell, 1963)
предложил формулу:

$$C \sim f(N \cdot A), \qquad (13.3)$$

где C – улов, f – некоторая функция, N – плотность, A – активность. Митчел отметил приблизительность (13.3) и наметил путь уточнения – построить уравнения регрессии на все факторы, от которых может зависеть улов и таким образом получить точное уравнение. Задним числом легко указать, что начать следовало с дефиниции понятий. Например, “активность” определить как скорость, что следует из (13.1), (13.2).

Вполне обоснованно сомнение в результате (13.1), (13.2) – так ли все просто? Было показано в учете (Кудрин, 1971), что улов зависит от свойств края ловушки. В правой части равенства (13.1) мог бы стоять еще коэффициент привлекательности. Установлено это было в опыте, где сравнивали уловистость ловушек с гладким краем и – с краем, ободранным наждаком.

И.И.Соболева-Докучаева, Т.А.Солдатова (1980) показали, что представление об ансамбле хаотично движущихся объектов, оказывающихся в ловушке при каждом контакте с ней – сильное упрощение. Они выделили четыре типа реакции объектов на край ловушки. По их утверждению, “в целом у жужелиц преобладал первый тип реакции, т.е. механическое попадание в ловушку без предварительного обследования края.” По их данным, из числа набегающих на край жужелиц в ловушке оказывается в среднем 78.3%. Стафилинид – 90.9%.

В общем это лучше, чем то, что мы обычно наблюдаем при попытках оценить плотность на площадках. Равенство (13.1) – достаточное приближение для широкого круга объектов и для стеклянной ловушки с гладким краем и 2-4% раствором формалина на дне. Результаты, полученные с помощью жестяных (Гринфельд, 1948) или пластмассовых (Archer T.L., Musick G.I., 1977) ловушек, несопоставимы. Ниже не рассматриваются также ловушки с крышками, с приманкой и комбинация ловчего цилиндра с притеняющей приманкой.

Представление об ансамбле хаотично движущихся объектов, т.е. о чем-то вроде газа грубо приблизительно также потому, что объекты учета, в частности, жужелицы часто обнаруживают привязанность к отдельным участкам обследуемой поверхности.

Это проявляется, например, в существовании и временной стабильности картографически выявляемых структур. Механизм поддержания пространственных структур неясен. Отмечается, что к концу жизни жуков их можно встретить в нетипичных местообитаниях (Wallin, 1985).

Один из возможных механизмов возникновения и поддержания пространственных структур популяций объектов, возможно, забота о потомстве, строительство гнезд и их охрана у жужелиц (Bousquet, 1983), и не только у них.
У Calosoma auropunctatum L. я наблюдал такое поведение лично. Индивидуальная территория и даже излюбленное место на одном и том же растении может существовать и вне заботы о потомстве (Pages, 1967; Владимирский, 1926). Ловушка может истощать свою окрестность скорее, чем это можно было бы ожидать для случая “газа” из объектов учета.

Хорошую сходимость к теории дали прямые измерения на примере жуков Opatrum sabulosum L. (Кудрин, 1965); при этом для измерения скорости жуков применяли миниатюрный торбанчик с записью на кимографе.

А. Марш (Marsh, 1984) делает вывод о непригодности ловчих цилиндров для определения и сравнения численности разных видов муравьев в сообществе. Смущают несоответствия между уловом и численностью. У разных видов муравьев попадается разный процент от числа встретивших ловушку. Но фауны разных биотопов сравнивать, по его мнению, можно.

В общем, ловушки как метод учета динамической плотности имеют существенную систематическую ошибку – недоучет, так же, как имеют ее площадки при учете плотности. Недоучет для разных видов – разный.

Как косвенный метод учета плотности они имеют тот же недостаток. Кроме того, при сравнении численности некоторого объекта на двух биотопах надо иметь в виду, что, хотя из (13.1) и следует пропорциональная зависимость улова от плотности, на этих биотопах может наблюдаться разная средняя скорость (активность) объектов. Так, на пропашных культурах улов (“численность”) жужелиц всегда выше, чем на культурах рядового сева. Это находит объяснение в большей средней скорости объектов учета на пропашных (Чернов, 1996). Конечно, с точки зрения численность~плотность результат бессмыслен. Но если рассматривать результат учета в имманентном ему смысле, то на пропашных культурах выше динамическая плотность хищников, а следовательно, их давление на жертв. В случае, если разную активность в разных частях обследуемого биотопа предполагать нет оснований или этим можно пренебречь, ловушки – дешевое, производительное и точное учетное устройство.

Чивертон (Chiverton, 1984) указывает, что оценка влияния химических обработок на жужелиц с помощью ловушек может оказаться неадекватной. В согласии с Гейдеманом (Heydemann, 1956) Чивертон отмечает, что основным кормом бегающих хищников поверхности почвы в развитом травостое служат падающие сверху тли. После обработок численность жужелиц в улове бывает даже больше – но это потому, что жертв после обработки стало меньше. Из-за снизившейся плотности жертв жужелицам приходится больше бегать (ср. результаты И.П.Заевой, 1969). Здесь переосмысление в терминах динамической плотности помогает мало, так как цель учета – именно плотность, оцениваемая косвенным образом.

Целью учета может быть именно активность (скорость, пробег за время учета) Тогда надо обеспечить независимые оценки плотности. Подставляя их в (13.1), можно получить желаемые оценки величин v, vT. Так было установлено, что гусеницы зерновой совки проделывают за осень на зяблевой пахоте сотни метров пути, в то время как на стерне едва ли метры (Кудрин, 1971с).

В связи с тем, что говорилось о свойствах края ловушки, виден и источник возможной систематической ошибки. Это личная ошибка учетчика, ставящего ловушку. Особенности заравнивания края сильно влияют на результат. И уж совсем плохо, если в ловушку свешиваются травинки. Систематическую ошибку устраняют путем обучения персонала.

Из (13.1) следует и наблюдается в действительности прямая пропорциональная зависимость между диаметром ловушки и уловом. Так как расход жидкости растет как квадрат диаметра, а вес снаряженных ловушек (при большом их числе жидкость лучше заливать до вкапывания) – как его куб, то по крайней мере для многочисленных мелких объектов лучше работать ловушками меньшего диаметра. Удовлетворительны бывают даже ловушки ∅ 8 мм. Арчер и Мьюзик (Archer & Musick, 1977), работавшие ловушками ∅ 102 мм, облегчили бы себе жизнь, взяв вдвое больше ловушек вдвое меньшего диаметра.

Как бы ни был ценен показатель динамической плотности и сколь бы ни подходили для его оценки ловчие цилиндры, целью большей части учетов остается все же оценка плотности. Понятно стремление использовать дешевый, сопоставимый и производительный метод для этой цели. Можно назвать четыре методических подхода, реально применявшихся для оценки плотности с помощью ловушек.

Первый из них – метод меченых особей (повторного отлова). Способ хорошо изложен у Р. Дажо (1975), включая вычисление ошибки. Суть такова (по Р. Дажо, сохраняя обозначения). Пусть популяция насчитывает N особей, а из которых мы отловили и надежно маркировали, а затем выпустили. Повторный отлов дал b особей, из них c меченых. Предполагая, что нет ни смертности или эмиграции, ни отрождения или иммиграции, а также, что поведение меченых не изменилось, имеем:

$$a/N=c/b, \text{ откуда } N=ab/c. \tag{13.4}$$

Для примера из часто цитируемых работ укажу на исследования И.Ривара (Rivard,1965), В.Скугравего (Skuhravy, 1956). Как правильно указывает Дажо, надо, чтобы все параметры (13.4) были большими: N, a, b, и c. Надо, чтобы выполнялись и другие требования модели. Из отечественных руководств упомянем В.П.Приставко (1979).

Следующий прием учета вытекает из равенства (13.1). Если иметь оценки скорости, то вычисление величины n не затруднительно. Технически оценки скорости получить тоже не так трудно (Кудрин, 1965). Но дело в том, что скорость объектов сильно колеблется по времени суток и может иметь (или не иметь) любые комбинации из дневного, ночного, предзакатного и предрассветного максимумов. Здесь возможны два подхода. Первый – экспонировать ловушки только во время максимума активности, когда можно предположить, что все особи объекта учета бегают в некотором скоростном режиме, который надо измерить. Второй тоже предполагает знание режимной скорости v, но ловушки экспонируют сколько надо. При этом их проверяют так часто, как возможно. Улавливают время (момент) наибольшей уловистости q=max(dQ/dt). Потом среднюю скорость Mv объекта вычисляют, решая равенство:

$$Mv=Q\cdot v/((t(1)-t(0))q), \tag{13.5}$$

где t(0) и t(1) – время конца и начала экспозиции ловушек.

Именно этот прием был применен для проверки (13.1).

Третий прием учета плотности связан с идеями Лесли и Девиса (Leslie & Davies, 1939), Вебстера и де Курси (Webster & de Coursey, 1955), см. гл. 9. Речь идет о том, чтобы огородить обследуемые площадки непроницаемыми для объектов загородками, поставить в них ловушки и дожидаться существенного убывания плотности объектов в загородках. Напомним соответствующую формулу:

$$y(t)=A \cdot B \cdot (1-B)^{(t-1)}, \qquad (9.19)$$

где A – оцениваемый запас объекта в облавливаемом пространстве,
B – вероятность извлечения объекта за один акт облова (коэффициент экстракции), t – номер облова. Уравнение содержит два неизвестных параметра, так что довольно двух учетов, чтобы вычислить эти параметры.

По ряду соображений удобнее воспользоваться непрерывным вариантом (9.19), а именно:

$$dQ/dt=A \cdot \exp(b \cdot t), b<0, \qquad (13.6)$$

где также лишь два неизвестных параметра, то есть тоже можно обойтись двумя учетами. Но у Лесли и Девиса; Вебстера и де Курси были объекты, с которыми такая оценка имеет смысл – в первом случае крысы, во втором – мухи и тараканы, двигательная активность которых практически не колеблется от одного учетного срока к другому. У полевых объектов учета процесс исчерпания имеет статистический характер и колеблется по времени с ошибкой. Поэтому оценка из двух любых учетов неточна, а то и невозможна. Провести ряд последовательных извлечений (отловов) и аппроксимировать ряд имеющей нужный натуральный смысл аналитической функцией, например, (9.19) тоже может оказаться практически мало полезным – колебания по времени активности объектов учета слишком велики.

Трудность эту можно преодолеть, если понять, что время применительно к учитываемым ловушками насекомым – наименее удачный аргумент для кривой исчерпания. Задача состоит в том, чтобы найти такую переменную, по которой скорость относительного убывания исчерпываемой популяции будет постоянной. Прием замены времени другой переменной широко распространен при фенологическом прогнозировании. В качестве такой переменной часто применяют сумму эффективных температур или иной показатель в этом роде, выбирая наиболее подходящий.

Как только задача поставлена, отыскание такой переменной не представляет особого труда. Очевидно, производная активности по улову в ловушки, не исчерпывающему популяцию, есть константа. Следовательно, если в огороженном участке и вне его, в неогороженном пространстве, поставить однотипные ловушки так, чтобы внутренние ловушки исчерпывали популяцию из огороженного пространства, а внешние практически не влияли на отлавливаемую популяцию, то улов во внешние ловушки и будет подходящим аргументом.

Поскольку в (13.6) t теперь не время, а “внешний” улов, заменим обозначение на T. В момент, когда работа ловушек началась, dQ/dT=-1. Так как dQ/dT=A·b·exp(b·T), то при начальном условии T=0 получим:

$$-b=1/A. \tag{13.7}$$

Окончательно:

$$Q=A\cdot(1-\exp(-T/A)). \tag{13.8}$$

Вывод таков, что замена времени на внешний улов приводит к уравнению исчерпания с одним параметром. Для применения (13.8) достаточно, чтобы исчерпание действительно имело место, т.е. чтобы разница между Q и A была статистически достоверна. Достаточно одного учетного срока.

Проверка плодотворности приема замены переменной см. (Кудрин 1971с; Loreau, 1984). Рассмотрим пример.

Пример 13.1. Финлезон и Кемпбел (Finlaison & Campbell, 1976) учитывали жужелиц и стафилинид на (брюссельской) капусте, на пару и на (злаковых) травах. В 1974 три площадки по 400 м^2 были огорожены барьером из черного полиэтилена (по одной на каждой культуре), три – открыты. В 1975 – по 100 м^2, но по две – на капусте, пару и травах.

В 1974 г. было по 45 ловушек на делянку, в 75 – 16. Результаты улова на огороженных площадках см. табл. 13.1, на неогороженных – 13.2.

Положив идентичность условий на огороженных и неогороженных площадках, применим (13.8). Уравнение в явном виде не решается, поэтому воспользуемся рекомендациями гл. 9. и вычислим с точностью до единицы запасы объектов в загородках во всех случаях, когда это возможно или имеет смысл; данные в табл. 13.3.

Таблица 13.1

Жужелицы и коротконадкрылые жуки (отмечены *), выловленные на огороженных участках на капусте, пару и травах в 1974 и 1975 годах, экз., в Абботсфорде, Британская Колумбия (D.G. Finlaison, C.J. Campbell, 1976)

Виды	Капуста		Пары		Травы	
	1974	1975	1974	1975	1974	1975
Aleochara bilineata*	0	124	3	0	0	0
Amara spp.	62	107	129	93	13	48
Anisodactylus binotatus	1	11	28	8	4	8
Bembidion lampros	13	622	644	770	11	13
B. obscurellum	19	39	44	37	0	0
B. spp.	1	0	14	0	61	1
Calathus fuscipes	235	11	316	56	391	136
Carabus nemoralis	2	0	1	2	4	1
Clivina fossor	7	310	256	217	1	9
Harpalus aeneus	21	40	172	32	13	3
Megalinus linearis*	11	20	81	13	66	302
Ocypus aeneocephalus*	0	1	0	3	42	29
Phylontus concinnus*	4	19	15	5	12	77
Ph. fuscipennis*	3	1	2	0	51	28
Ph. varius*	1	9	10	5	15	10
Pterostichus vulgaris	91	39	185	14	20	14
Trachipachus holmbergi	0	12	5	13	0	1

Таким образом, примененный прием (замена переменной) оказался полезен для получения из учетных данных оценок плотности, что и должно было составлять цель цитируемого учета.

Более труден в применении учет путем исчерпания популяции в открытом пространстве. Реально такие явления регистрируют нередко (истребление популяций), но как метод учета разработаны не так давно (Гинзбург, Песенко, Сергеев, Эпельман, 1976). Понятия, в которых описана теория учета, пока еще не получили распространения, но метод кажется перспективным.

Таблица 13.2

Жужелицы и коротконадкрылые жуки (отмечены *), выловленные на капусте, пару и травах в 1974 и 1975 годах, в Абботсфорде, Британская Колумбия (D.G. Finlaison, C.J. Campbell, 1976)

Виды	Капуста		Пары		Травы	
	1974	1975	1974	1975	1974	1975
Aleochara bilineata*	12	91	1	5	0	0
Amara spp.	443	170	175	90	14	5
Anisodactylus binotatus	1	36	16	27	15	19
Bembidion lampros	60	2165	1558	1465	18	17
B. obscurellum	39	153	99	326	0	0
B. spp.	0	1	5	1	127	6
Calathus fuscipes	1890	536	726	271	1190	598
Carabus nemoralis	3	0	3	0	47	14
Clivina fossor	2	68	154	90	10	10
Harpalus aeneus	138	520	1124	422	14	15
Megalinus linearis*	21	28	76	11	134	313
Ocypus aeneocephalus*	5	1	15	0	58	48
Phylontus concinnus*	3	22	4	10	25	132
Ph. fuscipennis*	3	3	7	4	64	59
Ph. varius*	1	8	5	2	7	16
Pterostichus vulgaris	289	21	92	10	262	62
Trachipachus holmbergi	0	117	11	86	0	1

Динамическая плотность на плоскости – простейший случай. Гораздо сложнее и интереснее поведение подвижных объектов в среде: в приземном слое воздуха, в травостое и в почве. Изобретение ловушки для объектов учета, движущихся в толще почвы (Кудрин, 1968), практически позволило обобщить (13.1) для случая трехмерного пространства – среды (Кудрин, 1972). Если L – плотность следов объекта учета, z – число пересечений ими эффективного сечения ловушки на единицу площади, тогда:

$$L = 4 \cdot z. \qquad (13.9)$$

Используя изобретенную ad hoc ловушку для послойного учета, удалось получить список объектов, движущихся в толще почвы и оценки их динамической плотности по профилю (0-50 см).

Таблица 13.3

Число жужелиц и коротконадкрылых жуков (Q), выловленных в загородках на капусте, пару и травах в 1974 и 1975 годах и оценки их запаса (A) в загородках в Абботсфорде, Британская Колумбия (D.G. Finlaison, C.J. Campbell, 1976).

* – оценка невозможна (Q=0, T=0 или Q≥T),

** – оценка бессмысленна (Q и T достоверно не различаются)

N°	Капуста				Пар				Травы			
вида	1974		1975		1974		1975		1974		1975	
	Q	A	Q	A	Q	A	Q	A	Q	A	Q	A
1.	0	*	124	*	3	*	0	*	0	*	0	*
2.	62	62	107	168	129	272	93	*	13	**	48	*
3.	1	*	11	12	28	*	8	8	4	4	8	9
4.	13	13	622	644	644	731	770	1003	11	17	13	**
5.	19	23	39	40	44	51	37	37	0	*	0	*
6.	1	*	0	*	14	*	0	*	61	77	1	1
7.	235	235	11	11	316	367	56	57	391	414	136	138
8.	2	**	0	*	1	**	2	*	4	4	1	1
9.	7	*	310	*	256	*	217	*	1	1	9	**
10.	21	21	40	40	172	172	32	32	13	**	3	3
11.	11	14	20	39	81	*	13	*	66	82	302	**
12.	0	*	1	*	0	*	3	*	42	85	29	43
13.	4	*	19	**	15	*	5	6	12	15	77	110
14.	3	*	1	**	2	2	0	*	51	135	28	34
15.	1	*	9	*	10	*	5	*	15	*	10	16
16.	91	96	39	*	185	*	14	*	20	20	14	14
17.	0	*	12	12	5	6	13	13	0	*	1	*

(13.9) может явиться первым приближением теории для таких, например, приемов учета, как оконная ловушка (Merrill & Skelly, 1968) или шаровидные ловушки Прокопы (Procopy,1975).

Оказалось, что область применения (13.9) может быть распространена на широкий диапазон биологических объектов в экосистемах. Так, Кудрин, Раков и Мамонтова (1987) применили эту идею для учета длины корней на единицу объема

почвы, так как корень есть траектория его вершины. Методика, следующая из (13.9) снизила затраты труда при учете корней на порядок
по сравнению с традиционной отмывкой при одновременном повышении
точности.

Динамическая плотность есть существенный параметр, соответствующий ресурсу среды, за который идет конкуренция. Следовательно, к нему приложимы приемы анализа структур систем, существенно опирающиеся на идеи Р.А.Фишера и К.Вильямса (Fisher & Williams, 1964), П.В.Терентьева (1959).

Оценки динамической плотности могут иметь несколько уровней применения.

Прежде всего, как характеристика численности (т.е. параметра, смысл которого до поры не уточняется) объектов. Пример – применение ловушек для сигнализации выхода жуков нового поколения полосатой хлебной блошки (Кудрин и Полякова, 1979).

Затем – в собственном качестве параметра, имеющего на плоскости размерность [1/м], например, для вычисления насыщенности поверхности почвы хищниками (Кудрин, 1965). Сюда же относится упомянутый выше учет плотности корней, размерность которой [м/м^3]=[1/м^2] принадлежит динамической плотности в среде. В единицах своей размерности динамическая плотность применима также при картографии.

Как элемент других методов учета, например, исчерпания.

Для изучения поведения объектов учета. Так было установлено, что блошки преимущественно ходят, а не прыгают; оценена длина пути гусениц серой зерновой совки за осень.

Для косвенной оценки плотности.

И снова как численность, при анализе структуры сообществ.

Преимущество динамической плотности как учетного параметра по сравнению с плотностью состоит в высокой производительности и точности. При учетах в биоценозе динамическая плотность обладает достаточно высокой универсальностью.

ЛИТЕРАТУРА

Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Исследование зависимостей. М., Финансы и статистика, 1985, 487 с.

Алехин В.В. Фитосоциология (учение о растительных сообществах) и ее успехи у нас и на западе//Методика геоботанических исследований. М.-Л., Пучина, 1925, с. 9-78.

Асатурян В.И. Математическое планирование эксперимента при построении контрольной и экспериментальной групп животных//Докл. МОИП, общая биология, 1976, М., 1978, с. 163-166.

Бабушкина Н.Г. О характере распределения свекловичной минирующей мухи на поле//Бюлл. ВИЗР, 1987, N° 69, с.41-43.

Баканов А.И. О планировании бентосных съемок. М., ВИНИТИ, 1979, 17 с.

Бережной О.А. Применение метода стратификации для определения абсолютной численности рептилий в урочище Кзылджар (Бадхызский заповедник)//Количественные методы в экологии животных. Л., Наука, 1980, с. 22-24. (тез. докл.)

Бобинская С.Г., Григорьева Т.Г., Персин С.А. Проволочники и меры борьбы с ними. Л., Колос, 1965, 223 с.

Бобнева М.И. Техническая психология. М., Наука, 1966, 127 с.

Богачева И.А. Упрощенный метод определения доли листовой поверхности, изъятой листогрызущими насекомыми// Применение количественных методов в экологии. Тр. Ин-та экологии растений и животных, 1977, вып.119,
с. 3-17.

Большев Л.Н. Дисперсионный анализ//Математическая энциклопедия. М., Советская энциклопедия, 1979, т 2, с. 218-223.

Большев Л.Н. Наименьших квадратов метод//Математическая энциклопедия. М., Советская энциклопедия, 1982, т.3, с. 876-882.

Бородин А.Л. Учет численности открытоживущих насекомых в кроне дерева//Конференция по биоценологии и методам учета численности вредителей сельскохозяйственных культур и леса. Л., Наука, 1971, с. 40-42. (тез. докл.)

Бреев К.А. Применение негативного биномиального распределения для изучения популяционной экологии паразитов. Л., Наука, 1972, 71 с.

Быковский В.А., Гладкина Т.С., Поляков И.Я. Методические указания по защите посевов, насаждений и пастбищ от грызунов М., Колос, 1978, 45 с.

Вальд А. Последовательный анализ. М., Физматгиз, 1960, 243 с.

Викторов Г.А., Бородин А.Л. Методы учетов численности в теоретической и прикладной энтомологии//Конференция по биоценологии и методам учета численности вредителей сельскохозяйственных культур и леса. Л., Наука, 1971, с. 42-43. (тез. докл.)

Винберг Г.Г. Условия корректного применения в биологии элементарных эмпирических формул//Количественные методы в экологии животных. Л., Наука, 1980, с. 34-36. (тез. докл.)

Виноградова Н.М. Методические указания по выявлению, прогнозу распространения вредной черепашки и сигнализации сроков борьбы с нею. М., Колос, 1970, 32 с.

Владимирский А.П. Количественный учет фауны, обитающей на травянистых растениях//Тр. Петергофского естественно-научн. ин-та, 1926, вып. 3.

Владимирский Б.М. Математические методы в биологии. Ростов на Дону, изд. Ростовского ун-та, 1983, 303 с.

Власов Ю.И., Гаврилова Е.А., Григорьева Т.Г., Логинова К.М., Потлайчук В.И., Шнейдер Ю.И. Методические указания по распознаванию и учету вредителей и болезней гороха, кормовых бобов и оценке эффективности борьбы с ними. М., Сельхозиздат, 1962, 32 с.

Вореводин Г.С. и др. (12 соавторов) Прогноз появления вредителей и болезней в 1967 году в Новосибирской области. Новосибирск, Зап.-Сиб. кн. изд., 1967, 56 с.

Воробьев В.Н. Способ достижения высокой полноты учета численности кедровки в послегнездовой период//Новости орнитологии. Алма-Ата, 1965, с. 75-76 (сб. ст.)

Воробьев В.Н., Рябко Б.Я. Метод оценки численности животных в изолированных группах//Экология, 1977, N° 2, с.33-38.

Временные указания по защите пшеницы от стеблевой ржавчины. М., Колос, 1966, 24 с.

Выханду Л.К. Об исследовании многопризнаковых биологических систем//Применение математических методов в биологии. Л., ЛГУ, 1964, с. 19-22.

Гешеле Э.Э. Основы фитопатологической оценки в селекции растений. М., Колос, 1978, 206 с.

Гинзбург Л.Р., Песенко Ю.А., Сергеев Г.Е., Эпельман Г.С. Диффузионная модель метода исчерпания популяций животных для оценки их абсолютной плотности и скорости рассеивания. Сообщение 1. Теория метода//Зоол. ж., 1975, т. 54, № 2, с. 289-294.

Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., Наука, 1969, 400 с.

Голубев А.А., Кудрин А.И. Селекция на устойчивость к болезням и вредителям//Селекция зернобобовых культур. М., Колос, 1981, с. 143-192.

Голубев А.В. Пространственное распределение и оптимальная система учета коконов рыжего соснового пилильщика//Количественные методы в экологии и биоценологии животных суши. Л., Наука, 1976, с. 21-22. (тез. докл.)

Горбунов Н.Н., Собакарь Т.А., Тимохина А.Ф. Методические указания по выявлению, учету, прогнозу численности люцернового клопа и сигнализации сроков борьбы с ним. М., Колос, 1981, 29 с.

ГОСТ 12044-81. Семена сельскохозяйственных культур. Методы определения зараженности болезнями. М., Изд. стандартов, 1981, 36 с.

ГОСТ Р 50459-92. Семена сельскохозяйственных культур. Методы определения зараженности болезнями. М., Изд. стандартов, 1983, 88 с.

Григорьева Т.Г., Сливкина К.А. Серая зерновая совка и борьба с ней. Алма-Ата, Упр. с.-х. науки и проп. 1958, 47 с.

Гринфельд Э.К. Наблюдения над распределением жужелиц (Carabidae), мертвоедов (Silphidae) и некоторых других наземных насекомых по биотопам//Энтом. обозр., 1948, т. 30, N° 1-2, с. 154-156.

Гринько Н.Н., Тарасенко В.С., Стрижак Т.В. Для снижения вредоносности болезней огурца//Защита растений, 1996, N° 3, с. 32.

Гуслиц И.С., Завертяева Л.М., Шапиро И.Д., Шура-Бура Г.Б. Методические указания по учету численности стеблевых хлебных пилильщиков, злаковых тлей, пьявицы и сигнализации сроков борьбы с ними. М., Колос, 1977, 30 с.

Дажо Р. Основы экологии. М., Прогресс, 1975, 415 с.

Джемс У. Психология. М., Педагогика, 1991, 368 с.

Де-Милло А.П. К методике учета численности клещей на хлопчатнике. //Количественные методы в экологии и биоценологии животных суши. Л., Наука, 1976, с. 24-25. (тез. докл.)

Длусский Г.М. Муравьи пустынь. М., Наука, 1981, 230 с.

Джефферс Дж. Введение в системный анализ: применение в экологии//М., Мир, 1981, 252 с.

Доспехов Б.А. Методика полевого опыта. М., Колос, 1979, 416 с.

Дружелюбова Т.С., Макарова Л.А., Хомякова В.О. Методика прогноза развития, численности и вредоносности озимой совки и стеблевого (кукурузного) мотылька. М., Колос, 1969, 39 с.

Дунаевский Д.Б., Пьяных В.П. К вопросу определения законов распределения экспериментальных данных//Методы исследования с зернобобовыми культурами. Орел, ВНИИЗБК, 1971, с. 343-350 (Сб.ст.).

Емельянов Г.В., Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике. Л., ЛГУ, 1967, 331 с.

Ефимов В.М. О некоторых коэффициентах межвидовой сопряженности//Изв. СОАН СССР сер. биол. н., 1976, в. 2, с. 28-30.

Заева И.П. Сравнительная роль весенних химических обработок и комплекса хищников и паразитов в динамике численности вредной черепашки//Зоол. ж.1969, т.48, вып.11, с. 1652-1660.

Завалишин Н.Н., Кудрин А.И. Применение последовательного анализа к назначению норм отбора проб на примере оперативных обследований полей на заселенность проволочниками // Бюлл. ВИЗР, 1974, N°30, с. 72– 76.

Зайдель А.Н. Ошибки измерений физических величин. Л., Наука, 1974, 108 с.

Зайцев Г.Н. Методика биометрических расчетов. М., Наука, 1973. 256 с.

Зайцев Г.Н. Построение шкал балльной оценки//Биометрические методы. М., изд. МГУ, 1975, с. 30-40.

Иваненко Б.Г., Гончарова М.П., Назарова А.И., Шутова С.С., Киселева С.П. Система мероприятий по защите табака от вредителей, болезней и сорняков. М., Колос, 1977, 30 с.

Иванов О.А. и др. (9 соавторов) Прогноз появления вредителей и болезней в 1966 году в Новосибирской области. Новосибирск, Зап.-Сиб. кн. изд., 1966, 51 с.

Инструкция по определению засоренности полей, многолетних насаждений, культурных сенокосов и пастбищ. М., Агропромиздат, 1986, 15 с., 23 соавтора.

Калашников К.Я. Скрытые потери урожая зерна от головни// Вестник с.-х. науки, 1959, N° 12, с. 109-112.

Калашников К.Я. Методика определения недобора урожая зерновых культур от головни. Л., ВИЗР, 1966, 13 с.

Каратыгин И.В. Возбудители головни зерновых культур. Л., Наука, 1986, 108 с.

Карпенко А.С. О понятии “картографический метод исследования”// Геоботаническое картографирование, 1972, с. 50-53.

Каширкин А.Д. Алгоритм универсального решения задачи аппроксимации однофакторной экспериментальной зависимости// Кибернетические системы ценозов: синтез и управление. М., Наука, 1991, с. 85-95. (Сб. ст.).

Келлер Б.А., ред.: Сорные растения СССР, т.4. М.– Л.,1935, 416 с.

Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М., Наука, 1973, 899 с.

Кендалл М., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. М., Наука, 1976, 736 с.

Киров Е.И. Оценка численности животных с использованием распределения Пуассона//Зоол. ж., 1972, т. 51, N 7, с. 1064-1067.

Ковалев О.В., Черкашин В.Н., Резник С.Я. Временные методические указания по применению листоедов рода Zygogramma Chevr. (Coleoptera, Chrysomelidae) в биологической борьбе с амброзиями (Ambrosia artemisiifolia L., A. psilostachya DC.) Л., Наука, 1983, 21 с.

Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Введение в математическую логику. М., Изд-во МГУ, 1982, 120 с.

Константинов П.Н. Основы сельскохозяйственного опытного дела. М., Сельхозгиз, 1952, 446 с.

Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М., Наука, 1972, 368 с.

Коршунова А.Ф., Щекочихина Р.И., Шевченко Ф.П. Рекомендации по защите пшеницы от корневых гнилей.М., Колос, 1971, 31с.

Коршунова А.Ф., Чумаков А.Е., Щекочихина Р.И. Защита пшеницы от корневых гнилей. Л., Колос, 1966. 96 с.

Косов В.В., Поляков И.Я., ред. Прогноз появления и учет вредителей и болезней сельскохозяйственных культур. М., МСХ СССР, 1958, 631 с.

Котова В.В., Степанова М.Ю. Методические указания по диагностике корневых гнилей зернобобовых культур. Л., ВИЗР, 1979, 28 с.

Кудрин А.И. К вопросу о применении земляных ловушек для изучения распределения и взаимодействия элементов энтомофауны на поверхности почвы// Тр. Всес. Энт. О-ва, 1965, т. 50, с. 272-290.

Кудрин А.И. К вопросу о технике применения ловчих банок, обеспечивающей их безразличность для объектов учета//Конференция по биоценологии и методам учета численности вредителей с.-х. культур и леса. Л., Наука, 1971, с. 46-47. (Сб.ст.)

Кудрин А.И. О некоторых количественных показателях при обработке фаунистических материалов//Зоол. ж. 1971b, т.50, N°12, с. 1861-1863.

Кудрин А.И. Об усовершенствовании учетов численности способом исчерпывания при помощи ловушек//Зоол. ж. 1971c, т. 50, N°9, с. 1388-1400.

Кудрин А.И., Завалишин Н.Н. О применении статистических критериев при планировании крупномасштабного картографирования и оценке его результатов// Зоол. ж. 1973, т. 52, N°12, с. 1861-1867.

Кудрин А.И., Ефимов В.М., Козлов Б.Н. О достоверности некоторых методов выделения структур в корреляционных матрицах //Количественные методы в экологии и биоценологии животных суши. Л., Наука, 1976, с. 37-39. (Сб. ст.)

Кудрин А.И., Полякова Н.П. Методические указания по прогнозу распространения, вредоносности полосатой хлебной блошки и сигнализации сроков борьбы с нею// М., МСХ СССР, 1979, 24 с.

Кудрин А.И., Протопопова Е.Г. О некоторых статистических свойствах исчерпания при учете гороховой тли с помощью отмывки//Количественные методы в экологии животных. Л., Наука, 1980, с. 76-79. (Сб. ст.).

Кудрин А.И. О интерпретации глазомерных оценок устойчивости, получаемых в бесповторных полевых опытах//7 Всес. совещание по иммунитету с.х. растений к болезням и вредителям. Новосибирск, СО ВАСХНИЛ, 1981, с. 414. (Сб. тез. докл.).

Кудрин А.И. Методика учета гороховой тли Acyrtosiphon pisum Harris в посевах гороха. ВНИИЗБК, 1981b, 20 с.

Кудрин А.И. О построении и применении шкал глазомерной оценки для изучения состояния растений и их сообществ//Науч. тр. ВНИИЗБК, 1981c, т. 8,
с. 150-161.

Кудрин А.И., Забабурина В.И., Козлов Б.Н. Учет поражения растений корневой гнилью, на примере корневой гнили гороха (планирование, организация оценки, обработка результатов). ВНИИЗБК, 1982, 23 с.

Кудрин А.И. О выборе вида функции вредоносности// Вестник с.х. науки 1983,
N°9, с. 42-44.

Кудрин А.И. О влиянии статистических свойств популяции гороховой тли на планирование ее учетов//Технология возделывания зернобобовых и крупяных культур. ВНИИЗБК, 1983b, с. 128-137 (Сб.тр.).

Кудрин А.И., Коломийцев П.П. О способах оценки вредоносности сорных растений (на примере производственных посевов гороха)//Засоренность посевов с.х. культур и борьба с сорной растительностью. Ставрополь, СНИИСХ, 1986, с. 175-186. (Сб. научн. тр.).

Кудрин А.И., Черкасова Л.П. К вопросу об оценке разнообразия форм калия в почве методами последовательного выщелачивания. Агрохимия, 1988, N°9, с. 112-116.

Кудрин А.И. Об источниках неустранимой неопределенности при оценке мер связности в сообществах территориально размещенных организмов // Кибернетические системы ценозов: синтез и управление. М., Наука, 1991, с. 85-95. (Сб. ст.).

Кудрин А.И., Черкасова Л.П. К вопросу о компонентах содержания металлов в почве//Мониторинг загрязнения почв ксенобиотиками и адсорбционные методы детоксикации. Краснодар, ВНИИБЗР, 1993, с. 35. (тез. докл.)

Кудрин А.И. Анализ сообщества сорных растений как многопризнаковой системы//Вопросы экологии в системе земледелия. Ставрополь, 1993, СНИИСХ,
с. 94-106. (Сб. научн. тр.).

Кудрин Б.И. Применение понятий биологии для описания и прогнозирования больших систем, формирующихся технологиически//Электрификация металлургических предприятий Сибири. Томск, Томский гос. университет, 1976, вып. 3. с. 171-204.

Кудрин Б.И. Введение в технетику. 2-е изд., перераб. и доп. - Томск: Изд-во Томского гос. ун-та, 1993. -552с.

Кузнецов Н.Н., Кузнецов В.Н. Статистический анализ распределения трех видов плодовых клещей в кроне яблони как основа экспресс-метода оценки плотности их популяции. Экология, 1985, N° 4, с. 85-87.

Леонов И.М., Захарова Н.Г., Сакс А.И. Программа, методика анализов и наблюдений над плодово-ягодными растениями в условиях Сибири. Новосибирск, НСХИ, 1971. 67 с.

Леонтьев Д.Ф. Новые принципы в учетах млекопитающих Предбайкалья//Количественные методы в экологии животных. Л., Наука, 1980, с. 82-84. (тез. докл.)

Литтл Т., Хиллз Ф. Сельскохозяйственное опытное дело. М., Колос, 1981, 320 с.

Либерштейн И.И. План, программа и общая методика исследований по изучению сорной растительности и разработка мер борьбы с ней в СССР на 1971-1980. Кишинев, изд. ЦК КП Молдавии, 1971, 36 с.

Либерштейн И.И. Картирование засоренности//Защита растений, 1979, N°5, с. 38.

Литун П.П., Заговора А.В., Белецкий Е.Н. Принципы полевой энтомологической оценки селекционного материала//Энтомологическая оценка селекционного материала зерновых и зернобобовых культур. Харьков, НИИ растениеводства, селекции и генетики, 1980, с. 9-22.

Лоули Д., Максвелл А. Факторный анализ как статистический метод//М., Мир. 1967, 143 с.

Лузин Н.Н. Интегральное исчисление. М., Советская наука, 1959, 415 с.

Лузин Н.Н. Дифференциальное исчисление. М., Высшая школа, 1960, 477 с.

Любищев А.А. К методике количественного учета и районирования насекомых. Фрунзе, изд. АН Кирг. ССР, 1958, 167 с.

Любищев А.А. Дисперсионный анализ в биологии. М., Изд-во МГУ, 1986, 200 с.

Любищев А.А. Об ошибках в применении математики в биологии. 2. Ошибки, связанные с избытком энтузиазма//Журн. общ. биол. 1969, т. 30, N°6, с. 715-723.

Максимов А.А. Зона вредности водяной крысы в Западной Сибири, методы учета численности и прогноза. Новосибирск, Наука, 1967, 59 с.

Максимов А.А., ред. Сообщества мелких млекопитающих Барабы. Новосибирск, Наука, 1978, 230 с.

Мальцев А.И. Сорная растительность СССР и меры борьбы с ней. М.-Л., Сельхозиздат, 1962, 271 с.

Математическое описание ценозов и закономерности технетики. Философия и становление технетики. Вып.1 и вып.2. “Ценологические исследования”.-Абакан: Центр системных исследований, 1996.-452с.

Методика государственного сортоиспытания сельскохозяйственных культур. Выпуск первый. М., Колос, 1971, 248 с.

Методические указания по учету и картированнию засоренности полей. 10 соавторов. Краснодар, КрУСХ, 1974, 12 с.

Миллер Д.А. Магическое число семь, плюс или минус два// Инженерная психология, М., Прогресс, 1964.

Минкевич И.И., Шашкова К.П. Обоснование элементов учета бурой ржавчины озимой пшеницы//Бюлл. ВИЗР, 1972, № 24, с. 68-73.

Миноранский В.А., Обут Л.М., Чудаков С.Н., Фомичев А.И. О методе энтомологического кошения сачком//Структура и функционально-биогеоцено-тическая роль животного населения суши. М., 1967, с. 144-147 (Сб. ст.).

Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. М., Наука, 1974, 256 с.

Миркин Б.Г. Анализ качественных признаков М., Статистика, 1976, 166 с.

Миркин Б.М., Розенберг Г.С., Наумова Л.Г. Словарь понятий и терминов современной фитоценологии. М., Наука, 1989, 223 с.

Налимов В.В. Теория эксперимента. М., Наука, 1971, 207 с.

Нешатаев Ю.Н. Корреляционный анализ видового состава фитоценозов лесостепной дубравы “Лес на Ворскле”//Применение математических методов в биологии. Л., ЛГУ, 1964, с. 99-105.

Николенко М.П. Злаковая (пшеничная) муха // Энтомологическая оценка селекционного материала зерновых и зернобобовых культур. Харьков, НИИ растениеводства, селекции и генетики, 1980, с. 37-38.

Николенко М.П., Омельченко Л.И. Злаковые тли//Энтомологическая оценка селекционного материала зерновых и зернобобовых культур. Харьков, НИИ растениеводства, селекции и генетики, 1980, с. 39-46.

Одум Ю. Основы экологии. М., Мир, 1975, 740 с.

Орлов Ю.К. Статистическое моделирование соотношения частот видов в экологических выборках (эколого-лингвистические параллели)//Количественные методы в экологии животных. Л., Наука, 1980, с. 99-101. (тез. докл.)

Осмоловский Г.Е. Выявление сельскохозяйственных вредителей и сигнализация сроков борьбы с ними. М., Россельхозиздат, 1964, 204 с.

Павлов И.Ф. Хлебный жук-кузька (Anisoplia austriaca Hbst.); наблюдение и учет численности гессенской и шведской мух //Методика учета и прогноза развития вредителей и болезней растений в Центрально-Черноземной полосе. Воронеж, Коммуна, 1973, с. 30-41.

Палий В.Ф. Методика изучения фауны и фенологии насекомых. Воронеж, Цен.-Черн. кн. изд., 1970. 189 с.

Песенко Ю.А. Принципы и методы количественного анализа в фаунистических исследованиях. Л., Наука, 1982, 286 с.

Петруха О.И. Клубеньковые долгоносики//Методика учета и прогноза развития вредителей и болезней растений в Центрально-Черноземной полосе. Воронеж, Коммуна, 1973, с. 51-56.

Петруха О.И., Беляев И.М., Тымченко Л.Ф., Каравянский Н. С., Мазур О.П., Кашманова О.И. Методика выявления, учета и прогноза вредителей и болезней зернобобовых культур и кормовых бобовых трав и сигнализация сроков борьбы с ними. М., Колос, 1970, 46 с.

Петрушов А.З., Гуревич Б.И. Экспресс-метод определения численности паутинного клеща Tetranychus pruni (viticola) Oud.//Докл. ВАСХНИЛ, 1985, N°1, с. 28-30.

Пешкова Н.В. Мозаика состояний разнотравно-вейниковых лугов поймы реки Хадыты (Южный Ямал)//Бот. ж., 1990, т. 75, N° 12, с. 1727-1736.

Плохинский Н.А. Биометрия. М., МГУ, 1970.

Поляков И.Я., Гладкина Т.С., Мокеева Т.М., Ченцов Н.Ю. Методические указания по учету серых полевок. М., Колос, 1970, 40 с.

Поляков И.Я., Полоскина Ф.М. Методы выявления вредителей и установления их фенологии//Прогноз развития вредителей сельскохозяйственных растений. Л., Колос, 1975, с. 56-70.

Полякова Н.П. Вредоносность клубеньковых долгоносиков (Sitona lineatus L.) на горохе//Бюлл. СибНИИХим, 1972, вып. 5, с. 41-47.

Полякова Н.П., Герасимова Н.Г., Фисечко Р.Н., Мищенко В. С. Рекомендации по борьбе с луговым мотыльком в Новосибирской области. Новосибирск,НТО сельского хозяйства, 1987, 25 с.

Попкова К.В., Качалова З.П. Практикум по иммунитету растений. М., Колос, 1984, 176 с.

Поспелов С.М. Совки-вредители сельскохозяйственных культур. Л., Колос, 1969, 125 с.

Приставко В.П. Учет численности насекомых и запросы метода стерилизации//Конференция по биоценологии и методам учета численности вредителей сельскохозяйственных культур и леса. Л., Наука, 1971, с. 50-51. (тез. докл.)

Приставко В.П. Принципы и методы экспериментальной энтомологии. Минск, Наука и техника, 1979, 136 с.

Прохоров А.В. Информационный коэффициент корреляции// Математическая энциклопедия. М., Советская энциклопедия, 1979, т.2, с. 658.

Прохоров А.В. Корреляционное отношение//Математическая энциклопедия. М. Советская энциклопедия, 1982, т.3 с. 26.

Раменский Л.Г., Цаценкин И.А., Чижиков О.Н., Антипин Н.А. Экологическая оценка кормовых угодий по растительному покрову. М., Гос. изд. с.-х. лит., 1956,471 с.

Расиньш А.П., Тауриня М.П. Методика количественного учета сорняков в условиях Латвийской ССР. Рига, УНТИ МСХ Лат.ССР, 1982, 20 с.

Расиня Б.П. Методы картирования и определения степени зараженности почвы картофельной нематодой Heterodera rostochiensis Woll., 1923//Нематодн. болезни с.-х. раст. М., Колос, 1967, с. 124-130 (сб. научн. ст.).

Рябко Б.Я. Кодирование источника с неизвестными, но упорядоченными вероятностями//Проблемы передачи информации, 1979, т. 15, N°2, с. 71-77.

Рябко Б.Я. Новый способ расчета фактического разнообразия животного населения//Проблемы зоогеографии и истории фауны. Тр. БИН СО АН СССР, 1980, вып. 40, с. 63-67.

Рябко Б.Я., Кудрин Б.И., Завалишин Н.Н., Кудрин А.И. Модель формирования статистической структуры биоценоза/Изв. СОАН СССР, серия биол. наук. 1978, вып. 1, с. 121-127.

Самерсова В.А., Старостина М.А. Вредоносность склеротиниоза клевера в Белоруссии//Защита растений вып. 14, Минск, Ураджай, 1989, с.43-49.

Сархан А., Гринберг Б. Простые оценки параметров нормального распределения//Введение в теорию порядковых статистик. М., Статистика, 1970. с. 246-248.

Свешникова Н.М., Терентьева Т.Г. Методические указания по обследованию сельскохозяйственных культур на нематодные болезни. М., Колос, 1967, 39 с.

Селиванова Т.Н., Затямина В.В. Методы учета болезней, вредителей и сорняков на подсолнечнике//Защита растений, 1996, N° 5, с. 33.

Смирнов Б.М. Методика и техника учета сорняков. Саратов, 1969 (Научн. тр. НИИСХ Юго-Востока, вып. 26).

Смирнов В.С. Определение характера связи между признаками и вычисление сопряженной вариабельности// Применение количественных методов в экологии. Тр. Ин-та экологии растений и животных, 1977, вып.119, с. 3-17.

Смуров А.В. Новый тип пространственного распределения и его применение в экологических исследованиях//Зоол.ж., 1975, т. 54, вып. 2, с. 283-289.

Смуров А.В. Статистические методы в исследовании пространственного размещения организмов//Количественные методы в экологии и биоценологии животных суши. Л., Наука, 1976, с. 66. (тез. докл.)

Соболева-Докучаева И.И., Солдатова Т.А. Некоторые факторы, определяющие эффективность ловушек Барбера//Вестник МГУ, Биологические науки, 1980, N°11, с. 96-101.

Сталин И.В. Год великого перелома//Вопросы ленинизма. М., Госполитиздат, 1953, с. 301.

Старостин С.П. и др. (13 авторов). Рекомендации по борьбе с вредной черепашкой. М., Колос, 1980, 14 с.

Степановских А.С. Защита посевов ячменя от головни. М., Росагропромиздат, 1969, 62 с.

Степанцев И.Н., Кособуцкий М.И., Любищев А.А. Методика энтомо-фитопатологического учета. Ташкент, СоюзНИХИ, 1936, 154 с.

Сукачев В.Н., Дылис Н.В., ред. Программа и методика биогеоценологических исследований. М., Наука, 1969, 334 с.

Тарр С. Основы патологии растений. М., Мир, 1975, 588 с.

Тарабрина А.М. Капустная совка (Barathra brassicae L.)// Методика учета и прогноза развития вредителей и болезней растений в Центрально-Черноземной полосе. Воронеж, Коммуна, 1973, с. 9-16.

Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. М., Мир, 1985, 272 с.

Тикунов В.С., Флоринский М.А. Опыт математико-картографического исследования природных условий для целей химизации сельскохозяйственного производства//Изв. Всес. Геогр. О-ва, 1981, т. 113, вып. 4, с. 346-352.

Тимохина А.Ф., Собакарь Т.А., Горбунов Н.Н., Гурова Т.Ф. Методические указания по выявлению, учету численности злаковых цикадок и сигнализации сроков борьбы с ними в Западной Сибири и Восточном Казахстане. М., ЦНИЛП, 1981, 20 с.

Тупеневич С.М., Хохряков М.К., Чумаков А.Е. Рекомендации по борьбе с корневыми гнилями пшеницы и ячменя. М., МСХ СССР, 1962, 14 с.

Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, I, М., Мир, 1967, 498 с.

Фисюнов А.В. Методические рекомендации по учету засоренности посевов и почвы в полевых опытах. Курск, ВНИИЗиЗПЭ, 1983, 64 с.

Фисюнов А.В. Справочник по борьбе с сорняками. М., Колос, 1984, 255 с.

Фуфаев В.В., Кудрин Б.И., Якимов А.Е. Управление структурой множества элементов системы электроснабжения как метод оптимизации электрического хозяйства промышленного предприятия//Совершенствование электроснабжения и электропривода промышленных предприятий. Калинин, Калининский государственный университет, 1986, с. 114-119.

Фуфаев В.В. Повышение эффективности электроремонта воздействием на структуру множества электрооборудования при эксплуатации и техническом перевооружении промышленных предприятий. Автореф. канд. тех. н. М., 1987, 19 с.

Хедли Дж. Линейная алгебра. М., Высш. школа, 1966, 206 с.

Хомякова В.О. Рекомендации по борьбе со стеблевым мотыльком. М., Колос, 1982, 23 с.

Чернов В.Е. Экологическое обоснование систем защиты полевых культур от вредителей в Центральном Предкавказье. Автореферат дисс. д. с.-х. н., Ставрополь, Ставропольская Гос. с.-х. академия, 1996, 49 с.

Чесноков П.Г. Методические указания по исследованию устойчивости к вредителям исходного материала для селекции сельскохозяйственных растений. Л., ВИР, 1962, 44 с.

Чулкина В.А. Методические указания по учету обыкновенной корневой гнили хлебных злаков в Сибири дифференцированно по органам. Новосибирск, СибНИИХим, 1972, 21 с.

Чулкина В.А. Корневые гнили хлебных злаков в Сибири. Новосибирск, Зап.Сиб.кн.изд., 1973, 105 с.

Чумаков А.Е. Методика определения потерь урожая хлебных злаков от головни//Бюлл. ВИЗР, 1962, N°7, с. 77-80

Чумаков А.Е., Коршунова А.Ф., Щекочихина Р.И. Рецензия на “Методи-ческие указания по учету обыкновенной корневой гнили хлебных злаков в Сибири дифференцированно по органам”, составленную В.А. Чулкиной (Новосибирск, 1972)//Мико-логия и фитопатология, 1974, т.8, вып.3, с. 265.

Чумаков А.Е., Наумова И.П., Захарова Т.И., Пересыпкин В. Ф. Рекомендации по защите хлебных злаков от ржавчины и мучнистой росы. М., Колос, 1980, 32 с.

Чумаков А.Е., Минкевич И.И., Захарова Т.И. Рекомендации по выявлению болезней сельскохозяйственных культур. М., Россельхозиздат, 1973. 63 с.

Шапиро И.Д., Васильев С.В., Переверзев Д.С., Вилкова Н.А., Кудрин А.И. Методологические принципы оценки взаимодействия в системе растение-фитофаг в целях оптимизации путей селекции сортов на устойчивость к вредным организмам (на примере изучения устойчивости кукурузы к стеблевому мотыльку Ostrinia nubilalis Hbn.)//Журнал общей биологии. 1979, т.40. N° 3, с. 385-397.

Шапиро И.Д., Вилкова Н.А. Устойчивость сельскохозяйственных культур к вредителям. М., ВНИТИЭСХ, 1973, 64 с.

Шварц Г. Выборочный метод. М., Статистика, 1978, 213 с.

Шеффе Г. Дисперсионный анализ. М.: Физматгиз, 1964.

Шмидт В.М. Математические методы в ботанике. Л., ЛГУ, 1984, 288 с.

Шовен Р. Мир насекомых. М., Мир, 1970, 239 с.

Щербинин Н.Н. Повышение урожайности подкашиванием всходов/Сб. ВИЗРа, 1933, N° 7.

Якобсон Г.Г. Жуки России и Западной Европы. Спб. 1905, с. 80-160.

Ярошенко П.Д. Геоботаника. М., Просвещение, 1969, 200 с.

Ahuja S.C., Payak M.M. A rating scale for banded leaf and sheath blight of maize//Indian phytopathology, 1983, v. 36, N° 2, pp. 338-340.

Amaral E. Novo indice de intensidade de infeccano//Pesquisa agropecuaria brasileira, 1969, v.4, N° 1-2, pp. 1-2.

Archer T.L., Musick G.I. Evaluating of sampling methods for black cutworm larvae in field corn//J. Econ. Ent., 1977, v. 70, N° 4, pp.447-449.

Balogh J. Lebensgemeinschaften der Landtiere. Budapest, Akademiai Kiado, 1958, St. 560.

Bandemer H., Bellmann A. Statistische Versuchsplannung, Leipzig, Teubner VgGt, 1976, 116 St.

Banks C.J. A method of estimating populations and counting large numbers of Aphis fabae Scop.//Bull.Ent.Res., 1954, 45, 751-756.

Barber E. Traps for cave inhabiting insects//J. Elisha Mitchell Sci. Soc., 1931, v. 46, p. 259.

Barlow C.A., Randolph P.A., Randolph J.C. Effects of pea aphids, Acyrtosiphon pisum (Homoptera: Aphididae), on growth and productivity of pea plants, Pisum sativum//Can. Ent., 1977, v. 109, N° 11, pp. 1491-1502.

Bauer Th. Beetles which use a setal trap to hunt springtails. The hunting strategy and apparatus of Leistus (Coleoptera: Carabidae)//Pedobiologia 1985, Bd. 28, N° 4, 275-287.

Biometrisches Woerterbuch, Bd. 1, Berlin, VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, 1969, St. 178 [627].

Blickenstaff C.C. Standard survey procedures for the alfalfa weevil//Bull. Ent. Soc. Amer., 1966, v. 12, N° 1, pp. 29-30.

Bouillet M.-N. Dictionnaire universel d'histoire et de geographie. Paris, Librairie de L. Hachette & Cie, 1856, 1924 pp.

Bousquet Y. Brood care in Pterostichus (Myoferonia) diligendus Chaudoir (Coleoptera: Carabidae)//Coleopterists Bull., 1983, v. 37, N° 4, 307-308.

Brandl R., Topp, W. Size structure of Pterostichus spp. (Carabidae), aspects of competition//Oikos, 1985, v. 44, N° 2, pp. 234-238.

Chiverton Ph.A. Pitfall-trap catches of the carabid beetle Pterostichus melanarius, in relation to gut contents and prey densities, in insecticide treated and untreated spring barley//Entomol. exp. & appl., 1984, v. 36, N° 1, pp. 23-30.

Callahan R.A., Halbrook F.R., Shaw F.R. A comparison of sweeping and wacuum collecting certain insects affecting forage crops//J. Ec. Ent., 1966, v. 59, N° 2, pp. 478-479.

Decker H. Phytonematologie. Berlin, VEB deutscher Landwirtschaftsverlag, 1969, 526 S.

Dahl F. Grundgesetze und Grundbegriffe der biocoenotischen Forschung//Zool. Anz., 1908, B. 33, S. 349-353

Doane J.F. Spatial pattern and density of Ctenicera destructor and Hypolithus bicolor (Coleoptera: Elateridae) in soil in spring wheat//Can.Ent. 1977, v 109, N 6, pp. 807-822.

Ellington J., Kiser K., Ferguson G., Cardenas M. A comparison of sweepnet, absolute, and insectavac sampling methods in cotton ecosystems//J. Econ. Entomol., 1984, v. 77, N° 3, pp. 599-605.

Finlaison D.G., Campbell C.J. Carabid and Staphilinid beetles from agricultural land in the lower Fraser Valley, British Columbia//J. Entomol. Soc. Brit. Columbia, 1976, V. 73, pp. 10-20.

Fisher R.A., Corbett A.S., Williams C.B. The relation between the number of species and the number of individuals in a random sample of an animal population//J. Animal Ecology, 1943, v. 12, N° 1, pp. 42-58.

Fisz M. Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. Berlin, VEB Dtsch. Vrl. Wiss., 1971, 777 St.

Friederichs K. Die Bedeutung der Biozoenosen fuer den Pflanzenschutz gegen Tiere//Ztschr. angew. Ent., 1926-1927, Bd. 12, Hf. 3, St. 385-411.

Guppi J.C., Harcourt D.G., Mukerji M.K. Population assessment during the larval stage of alfalfa weevil, Hypera postica (Col., Curculionidae)//Can. Ent. 1975, v. 107, N° 8, pp. 785-792.

Heathcote G.D. The optimum size of sticky aphid traps. Plant pathology, 1957, V 6, N° 3, pp. 104-107.

Heathcote G.D. Evaluating aphid populations on plants// van Emden H.F., ed. Aphid technology, London & New-York, 1972, Academic press, pp. 105-146.

Heydemann B. Oberirdische biozoenotische Horizonte in Kulturbiotopen//Mitt. biol. Bundesanst. L.– u. F.-wirtsch. 1956 Hf. 85, S. 56-59.

Hill B.G., McNew R.W., Young J.H., Ruth W.E. The effects of sampling-unite size in some Southwestern Oklahoma cotton insects//Env. Ent. 1975, V. 4 N° 3, pp. 491-494.

Irvin M.E., Shepard M. Sampling predaceous Hemiptera on soybean//Kogan M., Herzog D.C., ed. Sampling methods in soybean entomology, pp. 505-531.

Joerum P. En undersoegelse af loebebillefaunaens sammensaetning og saesonaktivitet i en dansk boegeskov Coleoptera, Carabidae)//Entomol. meddelel., 1976, Bd 44, Hf 2 S. 81-99.

Jones D. Use, misuse and role of multiple-comparison procedures in ecological and agricultural entomology//Env. ent. 1984, V. 13, N° 3. pp. 635-649.

Kelber E. Moeglichkeiten der Entwicklung von Befall-Verlust-Relationen fuer Pflanzenkrankheiten aus Sekundaer-Daten. Giessen, Justus-Liebig-Univ., 1975, 126 S.

Kreeb K. Methoden der Pflanzenoekologie. Jena, VEB G. Fischer Vrl., 1977, 235 St.

Leslie P.H., Davies D.H.S. An attempt to determine the absolute number of rats on a given area//J. Anim. Ecol., 1939, v. 8, N°1, pp.94-113.

Loreau M. Population density and biomass of Carabidae (Coleoptera) in a forest community//Pedobiologia, 1984, Bd. 27, N° 4, 269-278.

Marsh A.C. The efficacy of pitfall traps for determining the structure of a desert ant community//J. ent. Soc. south. Afr., 1984, v. 47, N° 1, 115-120.

Marston N.L., Morgan C.E., Thomas G.D., Ignoffo C.N. Evaluation of four techniques for sampling soybean insects//J. Kansas Ent. Soc., 1976, V 49, N° 3, pp. 389-400.

Merrill W., Skelly J.M. A window trap for collection of insects above the forest canopy//J. Econ. Entomol., 1968, v. 61, N° 5, 1461-1462.

Mitchell B. Ecology of two carabid beetles, Bembidion lampros (Herbst) and Trechus quadristriatus (Schrank). II. Studies on populations of adults in the field with special reference to the technique of pitfall trapping//J. Anim. Ecol., 1963,v. 32, N° 3, pp. 377-392.

Motomura I. Further notes on the law of geometrical progression on the population density in animal association// Seiri Seitai (Tokyo), 1947, v. 1, pp.55-60.

Muesslin O. Ueber Generation und Fortpflanzung der Pissodes-Arten//Foerst.-wiss. Ztschr., 1888, Jg. 6, Hf. 12.

Nicholson A.J., Bailey V.A., . The balance of animal populations. 1935, v.3, pt 1. Proc. Zool. Soc. London, pp.551-598.

Novak K. a kol. Metody sberu a preparace hmyzu. Praha, Academia, 1969, 243 str.

Onsager J.A. Comparison of five methods for estimating density of rangeland grasshoppers//J. Econ. Ent., 1977, v. 70, N° 2, pp. 187-190.

Pages J. La notion de territoire chez les diplures japigides//Ann. Soc. Entomol. France, 1967, v. 3, N° 3, pp. 715-719.

Parwiz A. Modellversuche zur Ermittlung individueller und Objektabhaengiger Shaetzfehler bei Pflanzenkrankheiten. Giessen, Justus-Liebig-Univ., 1977, 128 S.

Procopy R.J. Apple maggot control by sticky red spheres// J.Ec.Ent., 1975,v.68, N° 2, pp.197-198.

Rasins A. Lauksaimniecisko izmeginajumu biometriska analize. Riga, Liesma, 1971, 186 pp.

Rivard I. Dispersal of ground beetles (Coleoptera, Carabidae) on soil surface//Can. J. Zool., 1965, v. 43, pp. 465-473.

Saugstad E.S., Bram H.A., Nyquist W.E. Factors influencing sweep-net sampling on alfalfa//J. Ec. Ent., 1967, v.60 N° 2, pp. 421-426.

Sen A.R., Chakrabarty R.P., Sarkar A.R. Sampling techniques for estimation of incidence of red spider mite on tea crop in North-West India//Biometrics,1966, v. 22, N° 2, pp. 385-403.

Shubeck P.P. Orientation of carrion beetles to carrion: random or non-random?//J. N. Y. Entomol. Soc. 1968, v. 76, N° 4, 253-265.

da Silva J. G. C. Analise estatistica de um novo indice de intensidade de infeccao//Pesquisa agropecuaria brasileira, 1969, v.4, N° 1-2, pp. 3-7.

Singh R.P., Nair K.P.P. Defoliation studies on hybrid maize//J. Agric. Sci., 1975, v. 85, N° 2, pp. 241-245.

Skuhravy V. Fallenfang und Markierung zur Studium der Laufkaefer//Beitr. Ent. 1956 Bd. 6 № 3/4, St. 285-287.

Smith J.W., Stadelbacher E.A., Gantt C.W. A comparison of techniques for sampling beneficial arthropod populations associated with cotton//Env. Ent. 1976, V.5 № 3, pp.435-444.

Tonkyn D.W. The formula for the volume sampled by a sweep net//Ann. Ent. Soc. Am. 1980, V 73, N° 4, pp. 452-454.

Wallin H. Spatial and temporal distribution of some abundant carabid beetles (Coleoptera:Carabidae) in cereal fields and adjacent habitats//Pedobiologia, 1985, Bd. 28, N°1, St. 19-34.

Weber E. Grundriss der biologischen Statistik. Jena, VEB Fischer Vrl., 1961, 577 St.

Weber E. Einfuerung in die Faktorenanalyse//Jena: VEB Gustav Fischer Vrl. 1974, 192 S.

Webster A.P., de Coursey J. The catch curve of insects// Ann. Ent. Soc. Amer., 1955, v. 47, № 1, pp.178-189.